COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 MAI 1897,

PRÉSIDENCE DE M. A. CHATIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que, en raison des fêtes de la Pentecôte, la séance du lundi 7 juin sera remise au mardi 8.

ASTRONOMIE. — *Nouvelles études concernant l'histoire du sol lunaire.* Note de MM. **Lœwy et Puiseux.**

« Nous avons eu dernièrement l'honneur de présenter à l'Académie le second fascicule de l'*Atlas photographique de la Lune*, publié par l'Observatoire de Paris. Nous avons tenté, à cette occasion, d'énumérer et de décrire brièvement les principaux objets qui s'y trouvent représentés. Le but de cette deuxième Note est d'indiquer quelques points où les nouvelles feuilles nous semblent appelées à compléter utilement les anciennes et à jeter un jour nouveau sur l'histoire de la formation de l'écorce lunaire.

» Nous avions cherché précédemment à nous rendre compte de la densité de l'atmosphère qu'il est possible de concéder à la Lune. Cette densité étant très faible, il s'ensuit que la surface de notre satellite doit être aujourd'hui à une température basse, au moins au voisinage des pôles. Il y a donc lieu de se demander si elle n'est pas occupée par un revêtement de glace total ou partiel. La représentation plus complète de la région australe, qui nous est donnée par la *Pl. VI,* nous fait pencher pour la négative : c'est-à-dire que la présence d'accumulations de glace importantes doit être considérée comme improbable, aussi bien pour les calottes polaires que pour la zone équatoriale. On est ainsi amené à croire que toute l'humidité libre de la surface a dû disparaître, sans doute par pénétration dans l'intérieur du globe, avant que les régions polaires ne soient tombées d'une manière permanente au-dessous du point de congélation. Il nous semble assez facile de se rendre compte de cette grande capacité d'absorption de l'écorce lunaire pour les liquides. Le refroidissement de notre satellite, plus rapide que celui de la Terre, a abrégé la période de condensation des vapeurs. L'eau s'est infiltrée au fur et à mesure de sa formation dans les innombrables orifices volcaniques qui semblaient préparés pour la recevoir. La *Pl. VI* nous donne une idée de l'abondance de ces entonnoirs au voisinage du pôle, et l'on est porté à croire que la même constitution devait prédominer sur toute la Lune, antérieurement à la formation des mers.

» Les premières feuilles de l'*Atlas* nous ont offert en assez grand nombre des sillons rectilignes courant sans déviation à travers des aires montagneuses et soumis, dans chaque région, à une ou deux orientations principales, de manière à constituer une sorte de réseau. Nous avons vu que ces sillons pouvaient, à titre exceptionnel, être remplacés par des lignes saillantes, offrant la même disposition. Cette apparence devient, au contraire, très fréquente dans les *Pl. VI* et *VII,* qui font partie du présent fascicule. Nous y voyons l'indice d'une forte pression latérale, qui a obligé deux fragments de l'écorce, amenés en contact, à redresser leurs bords ou à empiéter l'un sur l'autre. Il est aisé de vérifier que les bourrelets ainsi formés par un accroissement local d'épaisseur ont opposé, par la suite, une barrière efficace à la formation et à l'expansion régulière des cirques. Nulle part, on ne peut mieux suivre leur tracé que dans la région australe, qui est la mieux conservée de toutes et n'a point participé aux affaissements généraux du reste de l'écorce.

» Ces affaissements, qui ont donné naissance aux mers, se révèlent par

des crevasses qui en délimitent à peu près le contour, et qui deviennent visibles pour nous dans des conditions favorables. La *Pl. VIII* montre un curieux exemple de parallélisme entre ces crevasses et les veines saillantes que l'on voit courir sur de grandes étendues à la surface des mers. Ce fait, rapproché de quelques autres, nous amène à considérer ces accidents, en quelque sorte inverses, comme ayant une commune origine.

» Enfin, nous observons dans les *Pl. IX* et *X* des régions montagneuses modelées sur le même plan que leurs voisines, offrant au point de vue du relief une continuité parfaite avec elles, mais s'en distinguant nettement par une teinte plus sombre. La situation de ces taches en bordure des mers nous donne lieu de croire qu'elles ont été occupées temporairement par des nappes liquides, et que celles-ci se sont retirées, avant de se solidifier, dans des limites plus restreintes. Il y aurait eu ainsi, dans la région inondée, changement de teinte sans altération appréciable du relief. Vu la grande sensibilité de la Photographie pour les différences d'intensité lumineuse, il ne semble pas impossible, avec son secours, de distinguer des périodes successives dans le retrait des mers de notre satellite, comme les paléontologistes l'ont fait avec succès pour notre globe.

» Toutes les variétés de cirques que nous avons rencontrées jusqu'ici possèdent des représentants dans ce second fascicule. Nous en voyons qui, comme Gassendi ou Eratosthène, montrent un intérieur accidenté, et où les mouvements du sol qui les ont amenés à leur état actuel ont partout laissé des traces bien visibles. D'autres, tels qu'Archimède ou Platon, ont été envahis par des épanchements intérieurs qui en ont exhaussé et nivelé le fond. Ailleurs, comme dans Stadius ou Guerike, le rempart a été rongé et partiellement détruit. Copernic et Aristillus, dont les enceintes s'élèvent notablement au-dessus des mers, offrent un intérêt exceptionnel par l'intensité du soulèvement dont ils paraissent avoir été le centre, par la violence et la longue durée des éruptions qui se sont produites dans leur enceinte, et qui ont modifié autour d'eux, dans un rayon très étendu, la couleur du sol.

» Si grande que soit la variété des caractères offerts par les cirques, ils ne suffisent pas toujours à nous éclairer complètement sur leur âge et leur origine. Nous ne sommes à même de constater dans chaque cas que le dernier terme d'une série de métamorphoses. L'état plus ou moins parfait de conservation des cirques est cependant un indice toujours précieux à recueillir. Les cirques éruptifs, doués de rebords élevés et de montagnes

centrales, ne peuvent guère être les témoins d'un âge très ancien. Cette intégrité relative est déjà une présomption en faveur d'une date plus moderne et d'autres indices viennent s'y ajouter. Nous voyons, par exemple, les formations saillantes, isolées au milieu des mers, offrir habituellement une grande régularité, comme si elles s'étaient créées dans une croûte rendue déjà plus homogène par des épanchements liquides. L'absence de cirques parasites sur leur contour paraît montrer qu'à l'époque de leur soulèvement l'apparition d'orifices volcaniques était déjà devenue chose exceptionnelle. La grande dépression de leurs plaines intérieures au-dessous du niveau environnant indique une solidification plus tardive que celles des mers. Les traînées blanches qui s'en échappent et se prolongent, en demeurant visibles, sur la surface des mers, désignent notamment Tycho, Copernic, Aristillus, comme ayant été le siège de fortes éruptions, alors que toutes les parties de notre satellite étaient fixées à leur niveau actuel.

» Les grandes enceintes affaissées en totalité, partiellement détruites ou comblées, ont chance de remonter plus haut dans le passé, par cela même qu'elles ont subi des modifications plus profondes. Les deux principales causes de ruine ont été pour elles la formation d'orifices parasites et l'envahissement de la cavité intérieure par les laves. La seconde cause est sans doute celle qui a produit les effets les plus intenses. Par elle, nombre de grandes enceintes sont arrivées à se confondre avec les mers et à ne plus posséder qu'une individualité obscure. Cette lente destruction, reconnaissable à tous ses degrés, nous autorise à considérer la majorité des cirques comme plus ancienne que les mers. Mais le rôle des actions éruptives locales a sans doute embrassé une période plus longue que l'épanchement des laves. L'abondance des petits orifices entourés d'auréoles blanches, aussi bien sur les plateaux élevés que sur le lit actuel des mers, nous fait envisager ces éruptions violentes comme un des phénomènes les plus persistants de l'histoire lunaire.

» Peut-être les traits linéaires de la surface de la Lune, bien négligés des sélénographes au profit des cirques, offriraient-ils, autant que ceux-ci, une base solide à l'établissement d'une chronologie. Nous mettrions en première ligne les bourrelets saillants, visibles notamment aux environs de Clavius, qui ont déterminé le contour polygonal des cirques et opposé une résistance presque invincible à tous les mouvements ultérieurs du sol. A côté d'eux se placeraient les sillons rectilignes de la région d'Albatégnius, représentant, comme les bourrelets, des soudures plus ou moins

intimes, entre les fragments disjoints d'une écorce primitive, mais plus aisément interrompus ou masqués par des éruptions récentes. Les vallées spacieuses qui se rencontrent près d'Herschel, de Bode, en travers des Alpes, sont des sillons analogues, élargis par un mouvement de dérivation de l'un des fragments en présence. Les profondes crevasses rectilignes d'Ariadæus et d'Hyginus, progressivement amincies à leurs extrémités, indiquent des dislocations survenues dans une croûte déjà plus épaisse et plus cohérente. Les systèmes entrecroisés, comme ceux de Triesnecker et de Ramsden, révèlent l'influence antagoniste de la pesanteur et des soulèvements éruptifs. Les fissures parallèles qui courent à la limite des régions montagneuses correspondent aux affaissements successifs des régions occupées par les mers. L'obstruction de ces fissures par des épanchements de lave a donné à la plupart d'entre elles l'aspect de ces veines saillantes que l'on voit se ramifier à la surface des mers ou traverser la partie médiane de quelques grands cirques. Mais, parmi les crevasses concentriques aux mers, celles qui sont demeurées ouvertes ont dû accompagner les mouvements les plus modernes du sol.

» Si maintenant nous essayons de juxtaposer et de faire concorder ensemble ces deux ordres de faits parallèles, souvent associés, du reste, dans les mêmes régions de la Lune, nous serons ramenés par une voie un peu différente à la même chronologie que nous avons déjà indiquée comme la plus probable.

» Les sillons rectilignes, transformés en bourrelets par une forte pression latérale, ou, au contraire, en larges vallées par une disjonction graduelle, se rattachent tous pour nous à la première période, celle où l'écorce possède encore un certain degré de mobilité dans le sens horizontal.

» La seconde période est celle des efforts de soulèvement qui agissent sur des aires étendues, irrégulièrement délimitées. Alors commencent à se dessiner des massifs montagneux. Il y a peu de formes bien caractérisées que l'on puisse faire remonter à cette époque obscure de transition. Toutefois les régions élevées, pauvres en cirques, hérissées de scories dont l'accumulation s'est faite sans aucune régularité, peuvent donner une idée de ce que devait être alors l'aspect général de notre satellite. Le massif des Apennins est sans doute le vestige le plus considérable qui nous reste de cette époque. Nous voyons apparaître dans une troisième période des intumescences coniques, premiers linéaments de cirques. Ceux-ci acquiè-

rent leur physionomie actuelle par l'affaissement progressif et la submersion partielle de leur région centrale.

» La quatrième période, la plus grandiose et la plus durable dans ses effets, entraîne la destruction d'une grande partie du relief antérieur et donne à l'ensemble du globe lunaire un aspect très peu différent de celui que nous lui voyons aujourd'hui. Des affaissements, provoqués par la contraction générale du fluide intérieur, embrassent à la fois les vastes régions que nous désignons sous le nom de *mers* et font refluer à la surface, en nappes uniformes, d'immenses quantités de lave. Des plateaux montagneux se constituent à l'état de massifs isolés, et dans les intervalles une foule de sillons et de cirques disparaissent par submersion. On se fera une idée de l'importance du changement opéré en comparant les régions polaires et équatoriales, si dissemblables aujourd'hui, et qui, sans doute, offraient auparavant le même aspect.

» Les premiers traits nouveaux qui se montrent dans les plaines uniformes ainsi créées sont des crevasses qui suivent leurs bords et s'agrandissent avec les progrès de l'affaissement, jusqu'au jour où un nouvel épanchement de lave s'y fait jour, les obstrue ou les transforme en cordons saillants. Les fissures les plus récentes peuvent cependant demeurer ouvertes ou se révéler par la différence d'altitude qui existe entre leurs deux rives. Cette quatrième période ramène l'écorce lunaire à un état plus stable, dont il ne paraît pas possible actuellement de prévoir le terme. Toutefois, des éruptions locales se font encore jour à travers la croûte déjà solidifiée et remplissent la cinquième période. Dans les parties montagneuses, elles créent des orifices parasites, qui dégradent et rendent parfois méconnaissables les formations anciennes. Dans les mers, les forces volcaniques, obligées de traverser une croûte plus épaisse et plus homogène, provoquent l'apparition de cônes réguliers, ordinairement transformés en petits cirques par l'affaissement de leur centre. Quelques grandes formations, telle que Copernic, ont même pu apparaître de cette manière. Le plus grand nombre des cirques ainsi créés aux époques relativement récentes se distinguent par leur situation isolée au milieu d'une plaine, par la régularité de leur figure, par les auréoles blanches qui les entourent et qui témoignent d'éruptions violentes survenues dans le voisinage de leur centre.

» Ces inductions ne peuvent évidemment acquérir une force probante que si l'on a sous les yeux les objets dont il est question, ou tout au moins

leur image exacte. Lorsque Beer et Mädler firent paraître, en 1837, leur grand Ouvrage sur la Lune, ils se limitèrent au simple énoncé des faits. De leur propre aveu, ils ont cherché à éliminer de leurs descriptions tout ce qui aurait pu trahir une tendance théorique et favoriser certaines vues particulières concernant l'état actuel de la Lune et l'histoire de ses métamorphoses. Il nous a semblé que l'éditeur d'un document photographique n'était pas tenu à la même réserve. L'authenticité des faits sur lesquels il s'appuie peut être vérifiée d'une manière absolue. Mis en présence d'une reproduction fidèle et impartiale, le lecteur est en état de juger par lui-même et de se faire une opinion indépendante. Ce n'est pas lui manquer d'égards, mais faciliter sa tâche que de chercher à formuler les problèmes si variés que suggère l'examen de la Lune, de signaler les faits les plus curieux et les exemples les plus propres à déterminer le choix entre les diverses théories possibles. Nous avons tenté de le faire dans la Notice qui accompagne le second fascicule de l'Atlas et dont les lignes qui précèdent résument les idées principales. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la désagrégation des comètes. Rôle de Jupiter à l'égard des comètes à courte période.* Note de M. O. Callandreau.

« Les découvertes mémorables de M. Schiaparelli et les travaux récents de M. Bredikhine ont familiarisé les astronomes avec le fait de la désagrégation des comètes. Tout le monde se rappelle la grande comète de 1882, qui a présenté, après le passage au périhélie, plusieurs noyaux dus sans doute à l'action du Soleil. Mais je désire insister surtout sur un fait important, mis en lumière dans les dernières années par M. Schulhof et auquel a conduit l'application répétée du *criterium* de Tisserand : on constate de plus en plus, parmi les comètes à courte période, l'existence de groupes qui paraissent provenir de la désagrégation de comètes, dans le voisinage de Jupiter, principalement vers l'aphélie de cette planète.

» Les recherches que j'ai l'honneur de résumer devant l'Académie ont eu pour objet d'apprécier, d'une manière générale, l'influence de la trajectoire décrite par le noyau et de mesurer, en quelque sorte, l'étendue de la sphère de stabilité de la comète aux différents points de son orbite, soit en présence du Soleil seul, soit lorsque Jupiter ajoute son action à celle du Soleil.

» A l'exemple de MM. Charlier et Picart, auxquels on doit d'avoir abordé

l'étude de la question sous le point de vue dynamique [1], il n'est tenu compte dans ce qui suit ni de l'action calorifique du Soleil, ni de la force répulsive. Une comète est assimilée à un essaim de particules de forme sphérique, la densité restant partout la même ou variant seulement avec la distance au centre de l'essaim. Lorsque les équations différentielles du mouvement d'une particule ne sont pas sous une forme telle que les conditions de stabilité puissent être trouvées sans faire d'hypothèse sur la nature de la trajectoire, le rayon limite d'une particule, que l'on suppose décrire une orbite très peu différente d'une circonférence, sert à définir la sphère de stabilité de la comète.

» Il va sans dire que pour faciliter les développements on n'a eu égard qu'aux termes principaux, comme il est d'usage dans une première approximation.

» I. La stabilité du mouvement d'une particule *intérieure* à l'essaim entraîne l'inégalité

$$\frac{\mu}{M}\left(\frac{a'}{\rho_0}\right)^3 > 3 + 5e'^2,$$

a' et e' demi grand axe et excentricité de l'orbite de la comète; M et μ produits des masses du Soleil et de la comète par la constante de l'attraction; ρ_0 rayon de l'essaim.

» La valeur limite de ρ_0 diminue quand e' augmente. On en conclut que la forme elliptique de l'orbite facilite la désagrégation [2].

» II. Près de l'aphélie et du périhélie, la trajectoire elliptique du noyau, si elle n'est pas très aplatie, peut être assimilée à deux arcs de circonférences ayant le Soleil pour centre.

» Soient, en considérant le mouvement du noyau sur une circonférence,

r' la distance du noyau au Soleil;
$n'r'$ sa vitesse;
a le rayon limite de l'orbite d'une particule *exterieure;*
M et μ les mêmes quantités que tout à l'heure.

---

[1] Édouard Roche s'est occupé de la figure des comètes en ramenant la question à un problème de Statique, la matière de la comète étant assimilée à un fluide qui tend à prendre, à chaque instant, la figure avec laquelle il pourrait être en équilibre en vertu des forces appliquées. Après avoir exposé dans le tome IV du *Traité de Mécanique céleste* les travaux remarquables de Roche, et ceux plus récents de MM. Charlier et Picart, Tisserand a fait une comparaison des résultats.

[2] *Comptes rendus*, 2 novembre 1896.

» On trouve

$$\sqrt{\frac{M}{\mu}\left(\frac{a}{r'}\right)^3} < \frac{2}{1+9\frac{M}{n'^2 r'^3}}.$$

» La distance du noyau au Soleil et sa vitesse de translation interviennent à la fois comme facteurs dans le résultat. De là suivent quelques conséquences :

» 1° La distance du noyau restant la même, l'étendue de la sphère de stabilité augmente avec la vitesse du noyau.

» 2° Le rapport des rayons des sphères de stabilité à l'aphélie et au périhélie est sensiblement égal à $\left(\frac{1-e'}{1+e'}\right)^{\frac{2}{3}}$.

» Le rôle des deux facteurs dont on parle : distance au Soleil du noyau et sa vitesse, apparaît aussi dans une Thèse intéressante récemment soutenue par le Dr W. Ebert [1]. L'auteur étudie la stabilité d'un système tel que le système planétaire sous l'influence d'une étoile (de masse égale à celle du Soleil) arrivant dans le système en ligne droite et avec une grande vitesse; il trouve (p. 68) que l'action perturbatrice de l'étoile sur le système est proportionnelle au produit de la racine carrée de la distance périhélie par l'inverse de la vitesse.

» III. Pour évaluer l'influence combinée du Soleil et de Jupiter, on suppose que la planète garde sa position relative par rapport à la comète, qu'elle reste en conjonction; ce qui se rapproche de la réalité quand Jupiter et la comète sont en même temps près de leurs aphélies. Il faut alors multiplier le rapport des rayons des sphères, indiqué plus haut, par $\left[1+\frac{m''}{M}\left(\frac{r'}{\Delta}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}}$; $\frac{m''}{M}$ est le rapport de la masse de Jupiter à celle du Soleil; $\frac{r'}{\Delta}$ est le rapport des distances de la comète au Soleil et à Jupiter.

» Il suffit que la comète rase la sphère d'attraction de Jupiter, dont le rayon est les $\frac{3}{10}$ du rayon de l'orbite terrestre, pour que le facteur dépendant de $\frac{r'}{\Delta}$ prenne des valeurs assez grandes et que l'influence combinée du Soleil et de Jupiter pour désagréger la comète, près de l'aphélie, dépasse

---

(1) *In Wieweit kann ein Stern mit grösser Geschwindigkeit die Stabilität eines Planetensystems beeinflussen?* Stockholm, 1896.

notablement celle du Soleil près du périhélie; cela a lieu surtout si e' n'est pas grand.

» Ce résultat me paraît devoir être rapproché des constatations de M. Schulhof signalées au commencement de cette Note.

» IV. La condition de stabilité conduit, dans le cas d'une particule *extérieure*, à une limite supérieure de la combinaison $\sqrt{\frac{M}{\mu}\left(\frac{a}{a'}\right)^3}\,e'^2$, lorsqu'on prend constant le rayon a dans la portion de trajectoire considérée. C'est un résultat analogue à celui (I) indiqué plus haut.

» A l'égard de la méthode suivie, je me bornerai à dire que j'ai utilisé les mêmes procédés que dans un Mémoire *Sur quelques cas particuliers de commensurabilité des moyens mouvements* [1].

» Les remarques qui précèdent ne peuvent donner qu'un léger aperçu des circonstances que des observations prolongées et des calculs rigoureux mettront seuls en lumière. Il faut suivre les comètes « par le calcul » jusque dans la sphère d'attraction des planètes, en attendant que nos » instruments soient assez puissants pour observer les grandes perturba- » tions qu'elles éprouvent alors, non seulement dans leur route, mais dans » leur constitution physique [2]. »

HYDRODYNAMIQUE. — *Écoulement graduellement varié des liquides dans les lits à grande section; équations fondamentales.* Note de M. **J. Boussinesq.**

« I. La publication, par M. Bazin, de ses *Expériences sur la distribution des vitesses dans les tuyaux* [3], fournit en ce moment aux hydrauliciens les premières données précises, acquises à la Science, touchant l'établissement du régime uniforme à l'entrée et dans la première partie amont des lits cylindriques allongés où ce régime existe. En effet, dans ces expériences, faites sur un tuyau en ciment lissé de 80^{cm} de diamètre et 80^{m} de longueur, le mesurage des vitesses des filets fluides, à travers les trois sections situées au quart, au milieu ou aux trois quarts de la longueur, a permis de reconnaître que ces vitesses u étaient pareilles aux points homologues sur les

---

(1) *Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires*, t. XXII.

(2) Le Verrier, *Rapport sur l'Observatoire de Paris*, p. 27.

(3) *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut de France*, t. XXXII, n° 6; voir la page 14 du Mémoire.

deux dernières sections, entre lesquelles régnait par conséquent l'uniformité du régime, mais qu'elles étaient notablement moins inégales, du centre au contour, sur la première. Dans celle-ci, leur rapport à la vitesse moyenne U, aux distances r de l'axe exprimées par les fractions suivantes du rayon R,

$$\frac{r}{R}=0,\quad \frac{1}{8},\quad \frac{2}{8},\quad \frac{3}{8},\quad \frac{4}{8},\quad \frac{5}{8},\quad \frac{6}{8},\quad \frac{7}{8},\quad \frac{15}{16},\quad 1,$$

avait respectivement les valeurs

$$\frac{u}{U}=1,1205,\ 1,1190,\ 1,1065,\ 1,0970,\ 1,0825,\ 1,0570,\ 1,0120,\ 0,9295,\ 0,8600,\ 0,7500,$$

tandis que, plus en aval, dans la seconde moitié du tuyau, ce rapport était (en moyenne, avec des écarts de sens divers, pouvant aller, entre les deux sections considérées de cette moitié, jusqu'à 0,0125) :

$$\frac{u}{U}=1,1675,\ 1,1605,\ 1,1475,\ 1,1258,\ 1,0923,\ 1,0473,\ 1,0008,\ 0,9220,\ 0,8465,\ 0,7415.$$

» L'uniformité emploie donc à s'établir une assez grande longueur, supérieure, comme on voit, à cinquante fois le rayon, dans le cas d'un tuyau circulaire à parois polies, puisque les vitesses n'y étaient pas réglées après un parcours de vingt-cinq diamètres ; et il y a lieu d'étudier le régime graduellement varié qui règne, sur cette longueur, entre la première section amont où les filets fluides, ayant terminé leur rapide épanouissement consécutif à la contraction de l'entrée, sont désormais presque parallèles, sans courbure sensible, mais encore beaucoup trop rapides près de la paroi, beaucoup trop lents sur l'axe pour se conserver tels, et la section, relativement très distante, où même le filet le plus central a pris enfin toute sa vitesse, après s'être accéléré jusque-là à mesure que se ralentissait le fluide extérieur plus retenu par la paroi.

» Tel est le genre de régime graduellement varié, non considéré jusqu'ici dans les grandes sections ou dans les mouvements tourbillonnants, qui fera le principal objet de la présente étude. Toutefois, je rattacherai cette étude à la théorie générale, que je reprendrai d'abord, des autres modes d'écoulement graduellement variés, permanents ou non permanents, bien plus fréquents dans les cours d'eau découverts : savoir, de ceux où il se produit soit d'un point à l'autre de la longueur, soit sur place, des changements de section fluide et de vitesse moyenne, assez bien amenés pour laisser subsister partout, avec quelque approximation, la distribution des

vitesses caractéristique du régime uniforme, altérée seulement dans une mesure comparable à ces changements eux-mêmes. Leur théorie, très facilitée par l'emploi immédiat, qu'elle comporte, de la méthode des approximations successives à partir des formules du régime uniforme, a été indiquée, il est vrai, dès 1871 [1] et publiée *in extenso* dans un Mémoire de l'année suivante 1872 [2]; mais je lui ai trouvé depuis des simplifications et des compléments qui permettent d'en abréger beaucoup et d'en mieux synthétiser l'exposition.

» II. J'ai déjà donné la définition et les équations fondamentales des régimes graduellement variés, dans mon étude de l'année dernière sur l'écoulement tourbillonnant et tumultueux [3]. Les composantes transversales v, w de la vitesse moyenne locale V y sont assez petites, ainsi que les dérivées, par rapport à l'abscisse x ou au temps t, soit de la composante longitudinale u, soit de la section normale fluide σ, soit de la vitesse moyenne de débit U à travers cette section, pour que les produits de toutes ces quantités, entre elles ou par le petit coefficient ε du frottement intérieur, soient négligeables dans les équations du mouvement. De plus, les dérivées successives en x ou t des mêmes petites quantités sont d'ordres de grandeur de moins en moins sensibles, en sorte que l'on doit n'en tenir compte qu'à des degrés d'approximation de plus en plus élevés; et même la dérivée de ε en x, comparable au produit de ε par certaines des petites dérivées précédentes, peut être supposée nulle.

» III. Cela posé, les deux équations indéfinies du mouvement où figurent les deux très petites accélérations latérales v', w', se trouveront débarrassées, comme on a vu par mon étude de l'année dernière [4], des termes en ε; et elles exprimeront que la pression moyenne p varie, à l'intérieur de chaque section σ normale à l'axe des x, comme dans un fluide sans frottements, sa différentielle suivant un petit chemin $\sqrt{dy^2 + dz^2}$ y égalant sa valeur statique moins le produit $\rho(v'\,dy + w'\,dz)$.

» Celui-ci, par unité de longueur du chemin suivi, est, comme v' et w', du second ordre de petitesse; on pourra donc, à peu près toujours, le né-

---

[1] *Comptes rendus*, t. LXXIII, p. 34 et 101; 3 et 10 juillet 1871.

[2] *Essai sur la théorie des eaux courantes*, aux t. XXIII et XXIV du *Recueil des savants étrangers* ou des *Mémoires présentés* etc., §§ VI, IX, X, XI, XII, XXVI, XXXVI. Voir surtout le § XL, rédigé en 1873, et, au Tome XXIV, une *Addition*, p. 59.

[3] *Comptes rendus*, 22 et 29 juin 1896; t. CXXII, p. 1449 et 1517.

[4] *Comptes rendus*, t. CXXII, p. 1520.

gliger. Mais sa présence dans l'expression de dp entraîne évidemment la condition d'intégrabilité

$$\text{(1)} \qquad \frac{dv'}{dz} - \frac{dw'}{dy} = 0.$$

» Ce sera une des équations indéfinies du problème; et il faudra, par conséquent, malgré l'extrême petitesse de ses termes, y avoir recours, sauf dans les deux cas simples de sections rectangulaires d'une grande largeur constante et de sections circulaires, où d'évidentes considérations de symétrie en tiendront lieu. Elle servira à déterminer les petites composantes transversales v, w de la vitesse, concurremment avec la condition de continuité ou de conservation des volumes fluides

$$\text{(2)} \qquad \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = -\frac{du}{dx}.$$

» IV. L'expression de p, ainsi formée pour l'époque actuelle t et à partir de l'*axe hydraulique* actuel où elle est appelée p_0, c'est-à-dire à partir du point où cet axe perce la section σ comprenant le point considéré (x, y, z), aura donc la partie *non hydrostatique* $-\int \rho(v'\,dy + w'\,dz)$, due aux forces centrifuges du fluide ($-\rho v'$, $-\rho w'$ par unité de volume) au moins dans la mesure où la vitesse V est normale au plan des yz ou de σ. Mais cette partie sera du second ordre de petitesse, et, dans la dérivée de p en x figurant au premier membre de l'équation indéfinie en u', elle ne fournira, par suite, que des termes du troisième ordre, négligeables, même quand on poussera jusqu'à la seconde approximation le calcul du régime graduellement varié. L'équation indéfinie principale de ce régime sera donc la relation (23) de ma Note du 29 juin 1896 (¹), ou, par suite, en prenant comme variables η, ζ les coordonnées homologues de y, z dans une section semblable à σ, mais de rayon moyen 1, la formule (25) de la même Note, savoir

$$\text{(3)} \quad \frac{d}{d\eta}\left[F(\eta,\zeta)\frac{d\frac{u}{u_0}}{d\eta}\right] + \frac{d}{d\zeta}\left[F(\eta,\zeta)\frac{d\frac{u}{u_0}}{d\zeta}\right] + \frac{k}{\sqrt{B_0}}\frac{\sigma}{\chi}\frac{I}{u_0^2} = \frac{k}{\sqrt{B_0}}\frac{\sigma}{\chi}\frac{u'}{g u_0^2}.$$

» Dans cette formule, I désigne la *pente motrice* actuelle, $F(\eta, \zeta)$ une fonction censée donnée pour chaque forme de la section et u_0 la vitesse u sur une génératrice convenue du fond, par exemple, sur la génératrice

(¹) *Comptes rendus*, t. CXXII, p. 1521.

équidistante des deux bords. Il s'y joint la condition (26) spéciale au contour de σ et qui est

$$(4) \qquad \text{(sur le contour)} \quad F(\eta, \zeta) \frac{d \frac{u}{u_0}}{d\nu} = -k\sqrt{B_0}\, f(\eta, \zeta),$$

$d\nu$ désignant toujours une petite normale menée au contour dans la section de rayon moyen 1, à partir de chaque point intérieur (η, ζ) infiniment voisin, et $f(\eta, \zeta)$ une fonction donnée sur tout le contour, généralement voisine de 1 le long du *contour mouillé* χ, mais *nulle* aux surfaces *libres*.

» On a vu d'ailleurs qu'il résulte de ces deux équations, pour déterminer la vitesse u_0 au milieu du fond, la formule notée (27), qui, en appelant $\mathfrak{M} f$ la moyenne des valeurs de $f(\eta, \zeta)$ le long du contour mouillé χ et, finalement, $\mathfrak{M} u'$ la valeur moyenne de u' sur toute l'aire σ, est

$$(5) \qquad B_0 u_0^2 \mathfrak{M} f = \frac{\sigma}{\chi}\left(I - \int_\sigma \frac{u'}{g}\frac{d\sigma}{\sigma}\right) = \frac{\sigma}{\chi}\left(I - \frac{\mathfrak{M} u'}{g}\right).$$

» V. Enfin, il a été démontré au même endroit : d'une part, que ces équations sont indépendantes du choix des axes rectangles des y et des z dans un plan parallèle à la section σ ; d'autre part, qu'elles déterminent complètement les vitesses u à travers celle-ci, dès qu'on y donne la pente motrice actuelle I et, en chaque point (y, z) ou (η, ζ), l'accélération longitudinale actuelle u'. Or cette dernière peut s'évaluer, sauf erreur de l'ordre des carrés ou produits qu'on néglige, en remplaçant la vitesse *longitudinale* u par la vitesse *totale* $V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, ou en prenant ainsi l'*accélération tangentielle*, dérivée *complète* par rapport au temps (c'est-à-dire pour une même particule suivie dans son mouvement moyen local) de la vitesse V ; et l'on voit alors qu'elle est tout aussi indépendante des axes coordonnés que la pente motrice elle-même,

$$(6) \qquad I = -\frac{d}{ds}\left(\mathfrak{b}_0 + \frac{p_0}{\rho g}\right),$$

où $\mathfrak{b}_0$ est l'*altitude* et p_0 la pression moyenne sur l'*axe hydraulique actuel*, dont on considère l'élément ds compris entre la section σ proposée, qui lui a été menée normale, et une section voisine parallèle.

» En faisant idéalement la même substitution permise de V et V_0 à u et u_0 dans les premiers membres des formules (3), (4) et (5), ces équations auront, dans toutes leurs parties, une signification géométrique ou physique, indépendante des axes *généraux* de coordonnées que l'on pourrait

choisir ensuite pour étudier dans chaque cas le mouvement à toutes les époques; car les y, z, ou η, ζ, qui y figureront, seront des coordonnées locales propres à la section fluide σ menée, à l'époque t, normalement en un point donné quelconque de l'*axe hydraulique* tel qu'il est à ce moment, *c'est-à-dire de l'axe du tuyau* quand il s'agit d'un tuyau plein, *et d'une coupe longitudinale de la surface libre actuelle* quand il s'agit d'un cours d'eau découvert.

» Enfin, les vitesses et les accélérations, variant lentement d'un point à l'autre dans les sens parallèles ou presque parallèles à la direction moyenne de l'écoulement, ont sensiblement les mêmes valeurs et les mêmes dérivées en sens divers aux points correspondants de sections voisines σ, presque pareilles d'ailleurs, menées en un même endroit dans le fluide suivant des orientations un peu différentes, mais toutes à peu près normales aux vitesses V. Et l'on peut même y confondre des dérivées de u suivant des sens transversaux (des y ou des z) un peu différents, faisant entre eux des angles du premier ordre de petitesse, pourvu que ce soit dans des termes, provenant des frottements, où figurait d'abord le petit facteur ε, comme sont ceux en $F(\eta, \zeta)$ de (2) et de (3).

» Donc, si l'on prend, pour toutes les époques, un axe fixe des x suivant la direction moyenne de l'écoulement, et des axes des y et des z perpendiculaires, les quantités u, v, w, u', v', w' pourront, *également*, se rapporter à ces axes fixes et communs dans les formules (1), (2), (3), (4) et (5), où la pente motrice I sera la dérivée en x, changée de signe, de l'expression $h_0 + \frac{p_0}{\rho g}$, mesurée le long d'un axe hydraulique généralement variable d'un instant à l'autre, mais dont les éléments ds ne feront avec l'axe des x que des angles ayant leurs carrés négligeables.

» VI. Si, après avoir divisé (3) et (4) par $k\sqrt{B_0}$, l'on élimine I de (3) par la relation (5), il vient, pour déterminer le mode de distribution des vitesses à travers la section σ, le système suivant d'équations, où nous avons pris comme inconnue la même fonction $\frac{1}{k\sqrt{B_0}}\left(\frac{u}{u_0} - 1\right)$ que dans le cas du régime uniforme [1] :

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{d}{d\eta}\left(F\dfrac{d}{d\eta}\dfrac{u-u_0}{u_0 k\sqrt{B_0}}\right) + \dfrac{d}{d\zeta}\left(F\dfrac{d}{d\zeta}\dfrac{u-u_0}{u_0 k\sqrt{B_0}}\right) + \mathfrak{M}f = \dfrac{\sigma}{\chi}\dfrac{u' - \mathfrak{M}u'}{gB_0 u_0^2}, \\ \text{(au contour)}\ F\dfrac{d}{d\nu}\dfrac{u-u_0}{u_0 k\sqrt{B_0}} = -f, \qquad \text{(au milieu du fond)}\ \dfrac{u-u_0}{u_0 k\sqrt{B_0}} = 0. \end{cases}$$

(1) *Comptes rendus*, 6 juillet 1896, t. CXXIII, p. 7.

» Posons

$$(8)\qquad \frac{u-u_0}{u_0 k\sqrt{B_0}} = F_1(\eta,\zeta) + \frac{1}{gB_0 u_0^2}\frac{\sigma}{\chi}F_2(\eta,\zeta),$$

F_1 étant la fonction, déjà considérée, qui définit pour chaque forme de section la distribution des vitesses dans le régime uniforme et que détermine le système

$$(9)\quad \begin{cases} \dfrac{d}{d\eta}\left(F\dfrac{dF_1}{d\eta}\right) + \dfrac{d}{d\zeta}\left(F\dfrac{dF_1}{d\zeta}\right) + \mathfrak{M}f = 0, \\ \text{(au contour) } F\dfrac{dF_1}{d\nu} = -f, \qquad \text{(au milieu du fond) } F_1 = 0. \end{cases}$$

» Les formules (7) deviendront évidemment, en F_2,

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{d}{d\eta}\left(F\dfrac{dF_2}{d\eta}\right) + \dfrac{d}{d\zeta}\left(F\dfrac{dF_2}{d\zeta}\right) = u' - \mathfrak{M}u', \\ \text{(au contour) } F\dfrac{dF_2}{d\nu} = 0, \qquad \text{(au milieu du fond) } F_2 = 0; \end{cases}$$

et il est clair que celles-ci, une fois l'accélération u' connue aux divers points (y, z) ou (η, ζ) de σ, détermineront complètement la fonction F_2, qui dépendra non seulement de η, ζ, mais aussi des autres quantités entrant dans u'.

» Quand la fonction F_2 sera ainsi trouvée, la relation (8) donnera, pour exprimer dans toutes les sections semblables le rapport de la vitesse u en un point quelconque à la vitesse u_0 au milieu du fond, la formule

$$(11)\qquad \frac{u}{u_0} = 1 + k\sqrt{B_0}F_1(\eta,\zeta) + \frac{k}{g\sqrt{B_0}u_0^2}\frac{\sigma}{\chi}F_2(\eta,\zeta). \text{ »}$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la liquéfaction du fluor.* Note de MM. **H. Moissan** et **J. Dewar**.

« Les propriétés physiques d'un grand nombre de composés fluorés minéraux et organiques faisaient prévoir théoriquement que la liquéfaction du fluor ne pouvait se faire qu'à très basse température.

» Tandis que les chlorures de bore et de silicium sont liquides à la température ordinaire, les fluorures sont gazeux et bien éloignés de leur point de liquéfaction. La différence est la même pour les composés organiques :

le chlorure d'éthyle bout à $+12°$ et le fluorure d'éthyle à $-32°$ [1]; le chlorure de propyle bout à $+45°$ et le fluorure de propyle à $-2°$ [2]. Des remarques semblables avaient été indiquées antérieurement par Paterno et Oliveri [3] et par Vallach et Heusler [4]. On peut rapprocher de ces faits les expériences de Gladstone sur la réfraction atomique [5].

» Enfin par certaines de ses propriétés, bien que le fluor reste nettement en tête de la famille du chlore, il se rapproche aussi de l'oxygène.

» L'ensemble de ces observations paraissait bien établir que le fluor ne pourrait que difficilement être amené à l'état liquide. L'un de nous avait démontré qu'à $-95°$, à la pression ordinaire, il ne changeait pas d'état [6].

» Dans les nouvelles expériences que nous publions aujourd'hui, le fluor a été préparé par électrolyse du fluorure de potassium en solution dans l'acide fluorhydrique anhydre. Le gaz fluor était débarrassé des vapeurs d'acide fluorhydrique par son passage dans un petit serpentin de platine refroidi par un mélange d'acide carbonique solide et d'alcool. Deux tubes de platine remplis de fluorure de sodium bien sec complétaient cette purification.

» L'appareil à liquéfaction se composait d'un petit cylindre de verre mince, à la partie supérieure duquel était soudé un tube de platine. Ce dernier contenait, suivant son axe, un autre tube plus petit de même métal. Le gaz à liquéfier arrivait par l'espace annulaire, passait dans l'ampoule de verre et ressortait par le tube intérieur.

» Cet appareil était réuni, par une soudure, au tube abducteur qui amenait le fluor.

» Dans ces expériences, nous avons employé l'oxygène liquide comme substance réfrigérante. Cet oxygène était préparé par les procédés décrits

---

[1] H. Moissan, *Propriétés et préparation du fluorure d'éthyle* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XIX, p. 266).

[2] Meslans, *Comptes rendus*, t. CVIII, p. 352.

[3] Paterno et Oliveri, *Sur les trois acides fluobenzoïques isomères et sur les acides fluotoluidique et fluoanisique* (*Gazzetta chimica italiana*, t. XII, p. 85; 1882, et t. XIII, p. 583).

[4] Vallach et Heusler, *Annales de Liebig*, t. CCXLIII, p. 219; 1887.

[5] J.-H. Gladstone and G. Gladstone, *Refraction and dispersion of fluorobenzene and allied compounds* (*Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXI, p. 1).

[6] H. Moissan, *Nouvelles recherches sur le fluor* (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXIV, p. 224).

par l'un de nous, et ces recherches ont exigé la consommation de plusieurs litres de ce liquide [1].

» L'appareil étant refroidi à la température d'ébullition tranquille de l'oxygène (— 183°), le courant de gaz fluor passait dans l'ampoule de verre sans se liquéfier. Mais, à cette basse température, le fluor avait perdu son activité chimique, il n'attaquait plus le verre.

» Si l'on vient alors à faire le vide sur l'oxygène, on voit, aussitôt que l'ébullition rapide se produit, un liquide ruisseler à l'intérieur de la petite ampoule de verre, tandis qu'il ne sort plus de gaz de l'appareil. A ce moment, on bouche avec le doigt le tube de sortie du gaz pour éviter toute rentrée d'air. L'ampoule de verre ne tarde pas à se remplir d'un liquide jaune clair possédant une grande mobilité. La couleur de ce liquide rappelle bien la teinte du fluor vu sous une épaisseur d'un mètre. D'après cette expérience le fluor se liquéfie aux environs de —185°.

» Aussitôt que le petit appareil de condensation est retiré de l'oxygène liquide, la température s'élève et le liquide jaune entre en ébullition en fournissant un abondant dégagement de gaz présentant bien les réactions énergiques du fluor.

» Nous avons profité de ces expériences pour étudier quelques-unes des réactions du fluor sur les corps maintenus à très basse température.

» Le silicium, le bore, le carbone, le soufre, le phosphore et le fer réduit, refroidis dans l'oxygène liquide, puis projetés dans une atmosphère de fluor, ne deviennent pas incandescents. A cette basse température, le fluor ne déplace pas l'iode des iodures. Cependant, son énergie chimique est encore assez grande pour décomposer avec incandescence la benzine ou l'essence de térébenthine aussitôt que leur température s'élève au-dessus de —180°. Il semble que l'affinité puissante du fluor pour l'hydrogène soit la dernière à disparaître.

» Enfin, il est une autre expérience que nous devons mentionner. Lorsque l'on fait passer un courant de gaz fluor dans l'oxygène liquide, il se produit rapidement un dépôt floconneux de couleur blanche qui ne tarde pas à se réunir au fond du vase. Si l'on agite le mélange et qu'on le jette sur un filtre, on sépare le précipité qui possède la curieuse propriété de déflagrer avec violence aussitôt que la température s'élève.

» Nous poursuivons l'étude de ce composé ainsi que celle de la liqué-

---

[1] J. Dewar, *New researches on liquid air* (*Royal Institution of Great Britain*; 1896 et *Proc. Roy. Inst.*; 1893).

faction et de la solidification du fluor qui exigent encore de nouvelles expériences. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le rôle que jouent les matières humiques dans la fertilité des sols*. Note de M. ARMAND GAUTIER.

« Une Note insérée dans un des précédents numéros des *Comptes rendus* (¹) m'oblige à revenir sur le rôle que jouent les matières humiques dans la fertilisation des sols et, en particulier, dans l'assimilation de l'azote, rôle qui ne paraît pas encore, à cette heure, avoir été bien compris.

» Dans un long Travail publié en collaboration avec M. R. Drouin (²), j'ai établi, en 1888, que l'humus et même l'acide humique préparé chimiquement avec le sucre et les acides, confère aux sols naturels, ou composés artificiellement de silice, calcaire et kaolin, ensemencés ou non de végétaux, la propriété de s'enrichir en azote assimilable. *Les sols nus pourvus de matières organiques, et ceux-là seulement qui en sont pourvus*, fixent l'azote, libre ou ammoniacal, de l'atmosphère, et la matière humique est une condition nécessaire de cette fixation (³). Nous avons montré aussi que, dans les sols ensemencés, la végétation constitue un mode de fixation de l'azote qui s'ajoute au précédent si ces sols sont munis de matière organique, et qui peut, jusqu'à un certain point, suppléer à celle-ci dans les sols qui n'en contiennent pas initialement. Avant que personne eût songé au rôle des algues dans la fertilisation des terres, nous avons montré que les algues monocellulaires, et certainement d'autres êtres aérobies, jouent un rôle dans la fertilisation du sol par fixation d'azote et que, quelle que soit l'origine de cet élément, il passe à l'état d'azote assimilable dans le sol pourvu d'algues et d'humus, et devient dès lors définitivement utilisable par les végétaux supérieurs (⁴).

» Cette fixation de l'azote par le sol lorsqu'il est muni à sa surface d'organismes monocellulaires et qu'il contient les microbes fixateurs de l'azote libre, conformément aux découvertes de M. Berthelot, et surtout le rôle

(¹) Voir, p. 1051 de ce Volume, la Note de M. J. Dumont.

(²) *Comptes rendus*, t. CVI, p. 754, 863, 944, 1098, 1174, 1232 et 1605; t. CXIII, p. 820.

(³) *Ibid.*, t. CVI, p. 866 et 1253; t. CXIII, p. 820.

(⁴) *Ibid.*, t. CVI, p. 1098 et 1174.

secondaire, mais nécessaire cependant, que jouent, dans ce phénomène, les matières humiques s'expliquent, pensons-nous, par un mécanisme très simple.

» Les algues, aussi bien que les microbes fixateurs d'azote, trouvent, dans l'humus du sol, et en général dans les substances organiques des fumures, un aliment qui permet leur développement rapide et, par conséquent, leur fonctionnement et leur efficacité sensible. Dans un sol dépourvu de toute matière organique chimique, mais qui contient cependant les organismes fixateurs de l'azote, ceux-ci ne peuvent arriver à se développer suffisamment et, par conséquent, ne peuvent enrichir continuement le sol en azote. De là, même en dehors des phénomènes d'oxydation, de nitrification et d'excitation des autres actions chimiques, ce rôle de la matière humique, reconnue depuis longtemps comme favorable par la plupart des agronomes, sinon des chimistes, mais dont l'absolue nécessité, aussi bien que le mode d'action indirect, sont restés douteux ou méconnus jusqu'à nos expériences.

» Je ne pense donc pas que ce soit surtout grâce à l'absorption directe par les végétaux des matières organiques, ternaires ou quaternaires, de l'humus que les sols doivent leur fertilité. Ce n'est point là le mécanisme principal par lequel les matières humiques des terres et du fumier fertilisent le sol arable; quoiqu'il soit impossible de nier, *a priori*, que quelques-unes des matières humiques du sol ne puissent être directement assimilées par les plantes. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches physiologiques sur le muscle* sphincter ani; *particularité offerte par son innervation et sa contraction réflexes*. Note de MM. S. **Arloing** et **Edouard Chantre**.

« I. Le muscle rouge à fibres striées qui entoure l'orifice terminal du tube digestif chez l'homme et les Vertébrés a fixé maintes fois l'attention des physiologistes.

» Depuis l'expérience de Marshull-Hall sur la tortue, on a particulièrement étudié la tonicité et la contractilité de ce muscle dans leurs rapports avec les centres réflexes et les centres volontaires, avec les centres dynamogéniques et inhibiteurs. Assez souvent, on a rapproché, dans la même étude, le sphincter de l'anus et celui de la vessie. Nous citerons principalement les travaux de Masius, Gluge, Brondgeest, Budge, Goltz, Chauveau,

Lauder-Bruton, Gianuzzi et Nawroski, Cayrade, Gowers, Féré, Courtade et Guyon.

» Les connaissances importantes que nous devons à ces auteurs, loin de résoudre toutes les questions, ont soulevé sur la physiologie des sphincters des problèmes dont il faut chercher la solution. Quoi qu'on ait fait jusqu'à ce jour, le sphincter continue à se présenter avec des caractères un peu exceptionnels. Sous ce rapport, une présentation de Goltz et Ewald, au Congrès international de Physiologie, tenu à Berne en 1895, est extrêmement suggestive. Ces deux expérimentateurs ont montré à leurs confrères une petite chienne sur laquelle ils avaient enlevé, depuis quelque temps, une partie de la région dorsale et toutes les régions lombaire et sacrée de la moelle épinière. Malgré la disparition du centre ano-spinal, l'orifice de l'intestin était maintenu fermé, l'expulsion des fèces était intermittente; le sphincter répondait aux excitations électriques directes, présentait même, bien qu'exceptionnellement, des mouvements rythmés; enfin, avait gardé à peu près son volume normal, contrastant avec tous les muscles du train postérieur qui, eux, étaient profondément atrophiés.

» Que deviennent, en présence de ce cas, un certain nombre des notions classiques sur ce muscle, soumis à la fois d'une façon si remarquable à l'influence des centres nerveux volontaires et involontaires?

» A partir du Congrès de Berne, nous avons compris la nécessité d'entreprendre de nouvelles recherches, en visant particulièrement les points négligés par nos prédécesseurs.

» Un muscle rouge volontaire, qui semble différer des autres muscles rouges volontaires, doit être étudié comparativement avec ces derniers. C'est la règle que nous avons suivie. Aujourd'hui, nous ferons connaître une des particularités principales de la contraction du sphincter; elle nous fournira des démonstrations intéressantes sur l'innervation de l'organe.

» II. Nos expériences comparatives ont porté sur le *sphincter ani* et le faisceau inférieur du muscle *court péronier latéral* du chien. La contraction de ces muscles était provoquée par l'excitation de leur nerf et enregistrée à l'aide de myographes à transmission. Le nerf du court péronier latéral forme un rameau isolé très facile à découvrir à la partie supéro-externe de la jambe. Celui du sphincter est associé à des fibres sensitives pour les téguments des régions anale et périnéale; il forme, sur quelques sujets, deux rameaux parallèles cachés profondément sous les muscles fessiers, à la face externe du ligament sacro-sciatique. Il faut être averti de la duplicité du nerf, afin de ne pas s'exposer à en laisser subsister une partie

lorsqu'on se propose une section complète. Il ne faut pas oublier non plus que ce nerf se répète du côté opposé, et que le sphincter, muscle impair et médian, apparaît comme s'il était formé de deux moitiés symétriques, arciformes, soudées bout à bout.

» Le myographe à transmission, utilisé pour enregistrer le raccourcissement du court péronier latéral était le myographe ordinaire. Quant à l'appareil qui nous a servi à recueillir les contractions du sphincter, nous en dirons quelques mots.

» Il se composait d'un *explorateur* cylindroïde, dont les parois étaient formées d'un tube de caoutchouc mince et souple, tendu sur deux pièces semi-olivaires fixées, l'une à l'extrémité, l'autre sur le trajet d'une tige creuse en laiton, percée de quelques trous à la hauteur de l'explorateur.

» La forme et les dimensions de ce dernier permettaient de l'introduire dans l'anus. Au dehors, la tige creuse se terminait par un récepteur composé d'un doigt de gant en caoutchouc mince enfermé dans un cylindre de verre, à la manière d'un sphygmoscope. Entre l'explorateur et le récepteur était branché à angle droit un tube élastique, par lequel on insufflait de l'air dans l'appareil, afin de tendre l'ampoule exploratrice et de la mettre en état de subir les moindres pressions résultant de la contraction du sphincter. Grâce à cette disposition, le tambour à levier, mis en rapport avec la cavité du cylindre de verre précité, travaillait sous la pression ordinaire, ce qui augmentait sa sensibilité et l'exactitude de ses indications.

» III. Les résultats ont varié suivant les conditions de l'expérience. Nous avons coupé les nerfs et agi sur le bout périphérique, mais tantôt le second nerf du sphincter était intact, tantôt il était également sectionné.

» Supposons le premier cas. En excitant le bout périphérique par de faibles courants induits de fermeture et d'ouverture très espacés les uns des autres, le court péronier latéral donne une secousse de forme classique (ligne ascendante presque verticale, sommet aigu, portion descendante un peu plus oblique que la première, regagnant promptement la position neutre ou indifférente); le sphincter répond d'abord par un faible resserrement, analogue à une secousse lente, et *ensuite par un resserrement plus considérable et plus prolongé qui se montre au moment où la ligne descendante de la secousse arrive vers la moitié de sa course*. Sous l'influence de courants induits plus forts, les réactions présentent plus d'amplitude, débutent avec plus de brusquerie, mais ne changent pas de caractère, c'est-à-dire qu'après la secousse initiale le sphincter présente un resserrement secondaire; seulement ce dernier suit la secousse de plus près. La succession des deux

phénomènes est d'autant plus rapide que l'excitation du nerf est plus vive. Quand le nerf commence à se fatiguer, le graphique reprend peu à peu l'aspect de ceux qui succèdent à des excitations faibles.

» Le tracé fourni par le sphincter, si différent de celui qui est donné par le court péronier latéral, nous a rappelé d'une façon générale les tracés myographiques obtenus chez la grenouille par l'excitation des nerfs non sectionnés. Nous en avons conclu qu'une influence centrale agissait consécutivement sur le sphincter.

» En effet, ayant coupé le nerf intact du côté opposé et renouvelé les excitations des bouts périphériques, nous avons obtenu de part et d'autre des réactions analogues; le resserrement secondaire du sphincter était supprimé.

» Nous en avons encore conclu que l'influence centrale était provoquée par une cause d'origine périphérique, et, en conséquence, que les nerfs du sphincter renfermaient des fibres centripètes capables d'être excitées par la contraction de l'organe ou les phénomènes qui l'accompagnent, et des fibres centrifuges.

» Il nous a été permis de démontrer directement la présence des fibres centripètes, par l'excitation du bout central d'un nerf, l'autre étant intact. Dans ces conditions, on provoque la contraction du sphincter, mais la secousse est unique, plus lente à se produire qu'après l'excitation du bout périphérique et analogue par ses caractères graphiques à la contraction secondaire signalée précédemment.

» Nous pouvions nous demander, malgré de nombreuses raisons contraires, si cette réaction secondaire ne se rattachait pas à la volonté. Nous avons répété nos expériences sur un chien dont la moelle était tranchée en arrière du bulbe; elles ont donné les mêmes résultats. Donc la réaction secondaire est bien liée à l'activité d'un centre médullaire. Il est intéressant, croyons-nous, de montrer que la réflectivité de ce centre est provoquée par la contraction du sphincter à peu près aussi bien et aussi sûrement que l'excitation mécanique des téguments de la région anale.

» Jusqu'à présent on n'avait pu prouver expérimentalement l'existence des nerfs musculaires centripètes que sur le cheval, grâce à des dispositions anatomiques exceptionnelles. Là, effectivement, le rameau sensitif destiné au muscle sterno-maxillaire et à la portion cervicale de l'œsophage est distinct du rameau moteur. Si, après l'avoir coupé, on en excite le segment central, on provoque la contraction réflexe (Chauveau). Désormais, toutes les espèces pourront fournir cette preuve. On ne trouvera pas toutefois

les fibres centripètes distinctes des fibres centrifuges; mais, grâce à la parité des nerfs du sphincter, en interrogeant les premières d'un côté, on verra la réaction motrice cheminer par les fibres centrifuges de l'autre. On verra, en outre, l'excitation d'un nerf centrifuge déterminer une contraction réflexe, phénomène qui n'avait pas encore été signalé, du moins à notre connaissance.

» En résumé, le muscle sphincter est relié à la moelle par deux branches nerveuses paires, comprenant chacune des neurônes centrifuges et des neurônes centripètes.

» Ces derniers puisent dans le muscle en contraction une excitation ordinairement capable de mettre en jeu le centre moteur réflexe de l'organe.

» Une contraction du sphincter entraînera donc une contraction subséquente plus ou moins prompte, plus ou moins énergique. Sous ce rapport, le sphincter diffère des autres muscles chez lesquels une secousse provoquée par l'excitation du nerf moteur n'entraîne pas de réaction apparente.

» Cette particularité nous rend compte de l'existence des mouvements spontanés rythmiques du sphincter signalés par Goltz et Chauveau.

» L'appareil sphinctérien peut fournir, chez tous les Mammifères, un excellent objet d'étude pour la démonstration physiologique des nerfs centripètes musculaires. »

M. Bouquet de la Grye annonce à l'Académie la perte qu'elle vient de faire en la personne de M. *Léopold Manen*, Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation, et ajoute les paroles suivantes:

« M. Manen laisse dans la Marine le souvenir d'un hydrographe de grand mérite et d'un travailleur consciencieux.

» Au siège de Sébastopol aussi bien qu'à celui de Paris, dans les expéditions de Chine et de Cochinchine, partout il a mérité les éloges des commandants en chef. Sa mort presque subite à un âge peu avancé a surpris et contristé tous ceux qui le connaissaient. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission de deux Membres qui sera chargée de la vérification des comptes pour l'année 1896.

MM. **Maurice Lévy** et **Mascart** réunissent l'unanimité des suffrages.

RAPPORTS.

ÉLECTRICITÉ. — *Rapport sur les précautions à prendre dans l'installation des conducteurs électriques au voisinage des magasins à poudre.*

(Commissaires : MM. Berthelot, Cornu, Mascart, Lippmann, Deprez, Becquerel, Potier, d'Arsonval ; Violle, rapporteur.)

« Par une lettre du 21 janvier 1897, rappelée par dépêche du 4 mai dernier, M. le Ministre de la Guerre demande à l'Académie de lui faire savoir les précautions qui doivent être prises dans l'installation des conducteurs d'énergie électrique au voisinage des magasins à poudre.

» L'Académie a été saisie autrefois de la question relativement aux fils télégraphiques, et, dans sa séance du 16 août 1858, elle a, sur un Rapport de Pouillet, formulé certaines règles que le Ministère de la Guerre a transmises aux directeurs des établissements de l'Artillerie, par une circulaire en date du 28 décembre 1858.

» Les progrès réalisés depuis cette époque dans le domaine de l'électricité, semblant nécessiter aujourd'hui une revision des dispositions alors adoptées, M. le Ministre de la Guerre demande particulièrement l'avis de l'Académie sur les points suivants :

» 1° Quelles modifications peut-on apporter aux dispositions de la circulaire du 28 décembre 1858, pour simplifier, dans la mesure du possible, l'établissement des conducteurs télégraphiques et téléphoniques dans le voisinage des magasins à poudre ou à explosifs ?

» 2° Quelles sont les dispositions à adopter, d'une façon générale, pour l'installation des conducteurs d'énergie électrique autres que les précédents, passant à proximité de ces magasins ?

» 3° Peut-on, sans inconvénient, assurer, au moyen de lampes à incandescence, l'éclairage des locaux composant les mêmes magasins ?

» 4° Dans quelles conditions pourrait-on installer des sonneries électriques permettant aux factionnaires, qui gardent les magasins à poudre, de donner l'alarme aux postes dont ils dépendent, lorsque ces postes sont à grande distance des magasins ? On peut admettre que les guérites de ces factionnaires sont toujours à une distance d'au moins 4 mètres de l'endroit où est déposée la poudre.

» Voici les réponses que la Commission soumet à l'approbation de l'Académie :

» 1° et 2° Il n'y a pas lieu de distinguer des conducteurs d'énergie électrique les conducteurs téléphoniques ou télégraphiques, qui, exposés à des coups de foudre, peuvent transmettre momentanément des quantités énormes d'énergie, et que l'on a vus aussi plus d'une fois amener par leur chute des enchevêtrements funestes. Les mêmes prescriptions doivent s'appliquer dans tous les cas.

» Une ligne transportant de l'énergie électrique ne constitue par elle-même aucun danger pour les objets qui ne sont pas situés dans son voisinage immédiat : une distance de 10 mètres paraît suffisante pour écarter tout risque.

» On ne laissera donc pas les lignes souterraines approcher à moins de 10 mètres des poudrières.

» La même distance de 10 mètres sera également imposée aux conduites d'eau ou de gaz, à cause des défauts possibles de conductibilité qui les rendraient dangereuses.

» Les lignes aériennes, exposées à être déplacées par diverses causes mécaniques ou météorologiques impossibles à éviter, devront être tenues à une distance plus grande, mais que l'on ne saurait définir simplement par un nombre. La véritable condition de sécurité sera, en effet, que la ligne ne puisse, en aucun cas, tomber dans le voisinage immédiat de la poudrière ; ce qui dépendra pratiquement de la configuration du sol, de la hauteur et de la solidité des poteaux, de la fixité générale de la ligne. Cependant, une distance minimum de 20 mètres paraît devoir être exigée dans tous les cas.

» Mais le service des magasins à poudre réclame l'introduction de certaines lignes à côté ou dans l'intérieur même des locaux. Comment alors disposer les choses pour éviter autant que possible les accidents ? C'est ce

que nous devons maintenant examiner suivant les questions 3° et 4°.

» 3° S'il est nécessaire d'éclairer artificiellement un local contenant des matières explosibles, le luminaire de beaucoup le moins dangereux, parmi tous ceux qui sont actuellement connus, est certainement la lampe à incandescence électrique. Les dangers que pourrait présenter ce mode d'éclairage seront singulièrement atténués, si le courant est amené par un câble souterrain; si, dans l'intérieur de la poudrière, les conducteurs sont constitués par des fils revêtus d'abord d'une couche isolante continue, d'épaisseur suffisante au point de vue électrique, protégés ensuite contre toute détérioration mécanique ou chimique par une enveloppe en métal étanche et résistante; si, en outre, les clefs ou boutons d'allumage, ainsi que les interrupteurs ou plombs fusibles, sont placés à l'extérieur des locaux. On aura d'ailleurs soin de ne faire usage que de courants à basse tension, en s'astreignant à ne pas dépasser 110 volts dans toute la distribution intérieure. On renoncera aussi absolument aux lampes mobiles, et l'on ne fera usage que de lampes fixes, protégées par une seconde enveloppe en verre.

» 4° Pour les sonneries électriques, qui n'emploieront jamais que de faibles courants et des fils de petit diamètre, et qui, d'ailleurs, d'après le programme qui nous est soumis, aboutiront à des guérites situées toujours à une distance d'au moins 4 mètres des poudrières, il n'y aura pas de précautions spéciales à prendre lorsque la ligne sera souterraine: cependant, en certains cas, un parafoudre dans la guérite pourrait ne pas être inutile. Si l'on emploie une ligne aérienne, dont on aura soin d'assurer la solidité, on la munira d'un parafoudre à chaque extrémité et de paratonnerres, analogues à ceux qu'emploie l'Administration des télégraphes, placés tous les 100 mètres sur les poteaux supportant la ligne. Bien entendu, les parafoudres et ces paratonnerres devront être établis, suivant les règles en usage, dans de bonnes conditions de communication avec le sol.

» D'après ce que nous venons de dire, la circulaire du 28 décembre 1858 devrait être modifiée comme il suit, quant aux trois prescriptions qu'elle édicte, relativement aux lignes téléphoniques ou télégraphiques (nous dirons relativement aux lignes quelconques de transmission d'énergie électrique).

» § 1. — N'admettre dans le voisinage des magasins à poudre que des lignes en parfait état d'installation. Rejeter toute ligne étrangère à 20 mètres au moins si elle est aérienne, à 10 mètres au moins si elle est souterraine. Imposer la même limite de 10 mètres aux conduites métalliques souterraines

(eau, gaz, etc.). S'astreindre, pour les lignes de service intérieur, aux précautions recommandées plus haut (3° et 4°).

» § 2. — Le paragraphe 2, d'ordre administratif, découle immédiatement de ce qui précède.

» § 3. — Le paragraphe 3 est inutile à maintenir.

» Nous proposons à l'Académie d'approuver ces prescriptions, qui assureront la sécurité des poudrières et donneront toute la liberté possible à l'Administration des télégraphes et à l'industrie privée. »

Les conclusions du Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. R. **Colson** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Action du zinc et d'autres métaux sur la plaque photographique ».

(Commissaires : MM. Cornu, Mascart, Becquerel.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre des Affaires étrangères** transmet une invitation au Congrès géologique international de Saint-Pétersbourg que le Gouvernement russe a chargé M. le baron de Mohrenheim d'adresser en son nom à l'Académie des Sciences.

Ce Congrès s'ouvrira au mois d'août prochain sous la présidence de Son Altesse Impériale le Grand-Duc Constantin Constantinovitch. Des excursions géologiques seront organisées dans diverses régions de la Russie, du mois de juillet à la fin de septembre.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Un Ouvrage de M. *Ad. Minet* ayant pour titre : « Électrométallurgie, voie humide et voie sèche; phénomènes électrothermiques ».

M. **Ph. Hatt** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les

candidats à la place laissée vacante, dans la section de Géographie et de Navigation, par le décès de M. *d'Abbadie*.

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations aux dérivées partielles du second ordre, dont les deux systèmes de caractéristiques sont confondus.* Note de M. **E. von Weber**, présentée par M. Darboux.

« Soit

$$F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \tag{1}$$

une équation aux dérivées partielles du second ordre. Supposons que la relation

$$4RT - S^2 = 0 \text{ [1]} \tag{2}$$

soit une conséquence de (1); cette équation n'admettra qu'un seul système de caractéristiques défini par les relations

$$(3)\quad \begin{cases} dy = \Lambda dx, \quad dz = p + q\Lambda, \quad dp = r + s\Lambda, \quad dq = s + t\Lambda, \\ \left(\dfrac{dF}{dx}\right) + R\left(\dfrac{dr}{dx} + \Lambda\dfrac{ds}{dx}\right) = 0, \quad \left(\dfrac{dF}{dy}\right) + R\left(\dfrac{ds}{dx} + \Lambda\dfrac{dt}{dx}\right) = 0, \\ \Lambda = S : 2R. \end{cases}$$

» Nous nous proposons de chercher toutes les caractéristiques du troisième ordre passant par une caractéristique donnée du second ordre. Pour cela, nous tirons des équations

$$dr = u\,dx + v\,dy, \qquad ds = v\,dx + w\,dy, \qquad dt = w\,dx + \varpi\,dy$$

les valeurs des dérivées troisièmes u, v, w et les substituons, dans une [2] des équations définissant les caractéristiques du troisième ordre, par exemple dans la suivante :

$$\left(\frac{d^2F}{dy^2}\right) + R\left(\frac{dw}{dx} + \Lambda\frac{d\varpi}{dx}\right) = 0.$$

---

[1] Nous employons les notations de M. Goursat (*Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre*, Chap. IV).

[2] Goursat, *loc. cit.*, p. 182.

» On aura une relation de la forme

$$(4)\quad \varpi\left(-\mathrm{R}\frac{d\Lambda}{dx}-\Lambda\frac{d\mathrm{F}}{dp}+\frac{d\mathrm{F}}{dq}\right)+\mathrm{R}\frac{d^2t}{dx^2}+\mathrm{M}\left(\frac{dt}{dx}\right)^2+\mathrm{N}\frac{dt}{dx}+\mathrm{P}=0,$$

M, N, P étant des fonctions de $x, y, z, p, \ldots, t$. En cherchant de même les caractéristiques du quatrième ordre passant par une caractéristique donnée du troisième ordre, etc., on obtiendra une infinité d'équations de la forme

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{l}\varepsilon_{n+1}\left(-\mathrm{R}\frac{d\Lambda}{dx}-\Lambda\frac{\partial\mathrm{F}}{\partial p}+\frac{\partial\mathrm{F}}{\partial q}\right)+\mathrm{R}\frac{d^2\varepsilon_n}{dx^2}+\ldots=0\\ \left(\varepsilon_n=\frac{\partial^n z}{\partial y^n},\qquad n=3,4,\ldots\right),\end{array}\right.$$

les termes non écrits dépendant de $x, y, z, p, q, \varepsilon_n, \frac{d\varepsilon_n}{dx}$ et, en outre, de r, s, t, ϖ, $\varepsilon_4, \ldots, \varepsilon_{n-1}$ et de leurs dérivées totales par rapport à x.

» Par suite, si l'on n'a pas identiquement

$$(6)\qquad \mathrm{R}\frac{d\Lambda}{dx}+\Lambda\frac{\partial\mathrm{F}}{\partial p}-\frac{\partial\mathrm{F}}{\partial q}=0,$$

en vertu des relations (1), (3), une caractéristique du second ordre choisie arbitrairement appartiendra à une seule caractéristique du troisième, quatrième, ... ordre, c'est-à-dire à une seule surface intégrale de l'équation (1); ce qui a lieu, par exemple, pour l'équation $r=q$.

» Supposons maintenant que la relation (6) soit une conséquence de (1) (3). L'équation (4) donne

$$(7)\qquad \mathrm{R}\frac{\partial^2 t}{dx^2}+\mathrm{M}\left(\frac{dt}{dx}\right)^2+\mathrm{N}\frac{dt}{dx}+\mathrm{P}=0.$$

» Donc, *l'ensemble des caractéristiques du second ordre appartenant à des surfaces intégrales non singulières ne dépend que de sept paramètres;* c'est le nombre de constantes arbitraires introduites par l'intégration du système (3) (7) d'équations différentielles ordinaires, en ayant égard à la condition (1). Les relations (5) montrent d'ailleurs que pour $n=3,4,\ldots$ il y a une double infinité de caractéristiques d'ordre n, passant par une caractéristique donnée d'ordre $n-1$, de sorte que l'ensemble des caractéristiques d'ordre n, situées sur des surfaces intégrales non singulières, dépend de $2n+3$ paramètres. *Pour les équations* (1) *de cette catégorie, la solution du problème de Cauchy n'exige évidemment que l'intégration complète du système* (3) (7) *et de simples éliminations.*

» On peut, sans restreindre la généralité, supposer l'équation (1) ré-

solue de la manière suivante :

$$(8) \qquad -r+\varphi(x, y, z, p, q, s, t)=0;$$

la relation (2) devient

$$(9) \qquad 4\varphi_t+\varphi_s^2=0\ (^1).$$

» Pour que la condition (6) soit remplie en vertu des relations (1)(3), il faut et il suffit qu'on ait identiquement

$$(10)\left\{\begin{aligned} 0 &= \varphi_{xs}-\frac{1}{2}\varphi_s\varphi_{ys}+\left(p-\frac{1}{2}q\varphi_s\right)\varphi_{zs}+\left(\varphi-\frac{1}{2}s\varphi_s\right)\varphi_{ps} \\ &\quad +\left(s-\frac{1}{2}t\varphi_s\right)\varphi_{qs}+\varphi_{ss}(\varphi_y+q\varphi_z+s\varphi_p+t\varphi_q)-\varphi_p\varphi_s-2\varphi_q. \end{aligned}\right.$$

» Les équations linéaires en r, s, t, appartenant à cette catégorie, sont identiques à celles dont les caractéristiques du premier ordre admettent trois combinaisons intégrables [2]. L'équation (8) la plus générale, satisfaisant à la condition (9), s'obtient par l'élimination de α entre les deux équations

$$r+2As+A^2t+2B=0, \qquad \frac{\partial A}{\partial \alpha}s+A\frac{\partial A}{\partial \alpha}t+\frac{\partial B}{\partial \alpha}=0,$$

A, B désignant des fonctions de x, y, z, p, q, α. De la condition (10), on tire pour les inconnues A, B *trois* équations différentielles partielles du second ordre aux variables indépendantes x, y, z, p, q, α, dont l'intégration générale paraît assez compliquée, mais qui conduisent facilement à un grand nombre de solutions particulières. Si l'on prend, par exemple, $A\equiv\alpha$, on parvient à des équations de la forme (8), admettant un seul système de caractéristiques du premier ordre, mais ne rentrant pas, en général, dans la catégorie étudiée par M. Goursat [3]. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes de nombres complexes.* Note de M. **E. Cartan**, présentée par M. E. Picard.

« 1. On sait qu'on appelle *système de nombres complexes d'ordre r*, dans le sens le plus habituellement attribué à cette expression, un système

---

[1] On pose $\varphi_s=\dfrac{\partial\varphi}{\partial s}$, $\varphi_{xs}=\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial s}$, etc.

[2] *Voir* Goursat, *loc. cit.*, Chapitre II.

[3] *Loc. cit.*, Chapitre IV, p. 208.

de nombres dont chacun est l'ensemble de r nombres ordinaires, réels ou imaginaires, rangés dans un certain ordre et sur lesquels on a défini les opérations fondamentales de l'*addition* et de la *multiplication*, la première opération étant *commutative* et *associative*, la seconde étant *distributive* et *associative*, mais pouvant ne pas être commutative. On suppose de plus possible en général l'opération inverse de la multiplication, ou, ce qui revient au même, l'existence d'un *module*, c'est-à-dire d'un nombre qui, multiplié à droite ou à gauche par un nombre quelconque du système, reproduit ce nombre.

» On peut toujours supposer, et d'une infinité de manières, que la somme de deux nombres $(x_1, x_2, \ldots, x_r)$ et $(y_1, y_2, \ldots, y_r)$ est le nombre $(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_r + y_r)$, et que le produit des deux mêmes nombres est formé de r formes bilinéaires des x et des y. Cela permet de mettre un nombre quelconque sous la forme

$$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_r e_r,$$

les x étant des nombres ordinaires et les e des nombres du système qu'on appelle *unités* et qui ne sont au fond que r nombres particuliers de ce système. La loi de multiplication est alors définie par les produits de ces unités deux à deux.

» On dit qu'un système σ est un *sous-système* de Σ si tous les nombres de σ font partie de Σ.

» On dit qu'un système Σ est *formé* de deux sous-systèmes σ_1 et σ_2 si ces deux sous-systèmes n'ont aucun nombre commun et de plus si tout nombre de Σ est la somme d'un nombre de σ_1 et d'un nombre de σ_2. On dit que le système Σ se *décompose* en ces deux sous-systèmes σ_1 et σ_2 si, en outre, le produit d'un nombre de σ_1 par un nombre de σ_2 est constamment nul.

» A ces définitions bien connues on peut ajouter les suivantes :

» Un sous-système σ de Σ est *invariant* si le produit, à droite ou à gauche, d'un nombre quelconque de Σ et d'un nombre quelconque de σ appartient à σ. Nous étendrons même cette définition aux sous-systèmes qui n'ont pas de *module*.

» Un système est dit *simple* s'il n'admet aucun sous-système invariant; il est dit *semi-simple* s'il se *décompose* en systèmes simples.

» 2. Étant donné un nombre x d'un système, l'équation qui a pour racines les nombres ordinaires ω, tels qu'il existe un nombre complexe y satisfaisant à la relation

$$xy = \omega y,$$

peut être appelée l'*équation caractéristique* du système. L'étude de cette équation m'a fourni des résultats très généraux que j'énonce rapidement :

» *Tous les systèmes simples rentrent dans un même type; ils sont d'ordre* p^2, p *étant un entier quelconque; on peut choisir les* p^2 *unités d'un tel système, de façon qu'en les désignant par* e_{ik}, *on ait*

$$e_{ij}e_{jk} = e_{ik} \qquad (i, j, k = 1, 2, \ldots, p),$$

les produits non écrits étant tous nuls.

» En ce qui regarde les systèmes qui ne sont ni simples, ni semi-simples, on peut énoncer un théorème très général, mais qui nécessite une définition préliminaire.

» Un système *sans module* est dit *pseudo-nul* si aucun nombre de ce système ne peut se reproduire par multiplication avec un autre nombre du même système; on peut démontrer qu'*on peut affecter chaque unité d'un système pseudo-nul d'un indice, tel que le produit de deux de ces unités ne dépende que des unités dont l'indice est supérieur à chacun des indices des deux premières.*

» On a alors le théorème suivant :

» *Tout système, qui n'est ni simple ni semi-simple, est formé d'un sous-système invariant pseudo-nul et d'un sous-système simple ou semi-simple.* Le sous-système invariant pseudo-nul est parfaitement déterminé et s'obtient, par exemple, en annulant les dérivées partielles du coefficient de ω^{r-2} dans le premier membre de l'équation caractéristique.

» Les systèmes, pour lesquels le sous-système semi-simple se décompose en sous-systèmes simples d'ordre 1, ont été appelés *intégrables* ou *systèmes sans quaternion* (les quaternions étant les systèmes simples d'ordre $2^2 = 4$). Si l'on appelle $e_1, e_2, \ldots, e_h$ les unités des sous-systèmes simples, et $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_k$ celles du sous-système invariant pseudo-nul, on peut supposer ces dernières unités choisies de telle façon :

» 1° Que, pour chacune de ces unités, il existe deux nombres α, β, inférieurs ou égaux à h, constituant le *caractère* de cette unité, et tels que l'on ait

$$e_\alpha \eta_i = \eta_i e_\beta = \eta_i,$$

tous les autres produits $e_i\eta_i$, $\eta_i e_j$ étant nuls; le *caractère* de l'unité e_α est alors (α, α);

» 2° Que le produit d'une unité de caractère (α, β) par une unité de caractère (γ, δ) soit nul si β est différent de γ et soit de caractère (α, δ) si β est égal à γ;

» 3° Que le produit de deux unités η_i, η_j ne dépende que des unités η dont l'indice est supérieur à la fois à i et j.

» Ce théorème relatif aux systèmes intégrables est dû à M. Scheffers [1]. D'ailleurs le choix *canonique* de ces unités est possible en général d'une infinité de manières.

» Les systèmes *non intégrables* ou *à quaternions* sont ceux pour lesquels le sous-système semi-simple se décompose en sous-systèmes simples, dont l'un au moins est d'ordre supérieur à 1. *On voit qu'ils contiennent des sous-systèmes simples d'ordre 4, c'est-à-dire des quaternions.* J'ai démontré à l'égard de ces systèmes le théorème *fondamental* suivant :

» *Tout système non intégrable Σ peut se déduire d'un système intégrable Σ' de la manière suivante :*

» *Imaginons qu'on ait choisi des unités canoniques $e_1, e_2, \ldots, e_{r'}$ pour ce système Σ', chacune d'elles ayant un caractère déterminé (α, β). Désignons par $p_1, p_2, \ldots,$ des nombres entiers. Tout nombre de Σ pourra être regardé comme de la forme*

$$X_1 e_1 + X_2 e_2 + \ldots + X_{r'} e_{r'},$$

les X étant, non des nombres ordinaires, mais des nombres complexes; le coefficient X d'une unité e de caractère (α, β) sera de la forme

$$X = \Sigma x_{ij} \varepsilon_{ij} \qquad (i = 1, 2, \ldots, p_\alpha; j = 1, 2, \ldots, p_\beta),$$

où les x_{ij} sont des nombres ordinaires arbitraires et les ε_{ij} des symboles soumis à la loi de multiplication

$$\varepsilon_{ij}\varepsilon_{jk} = \varepsilon_{ik}, \qquad \varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl} = 0.$$

Cela revient en somme à faire correspondre à chaque unité e de caractère (α, β) de Σ' un certain nombre $p_\alpha p_\beta$ d'unités de Σ désignées par les symboles

$$\varepsilon_{ij} e = e \varepsilon_{ij}. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des substitutions uniformes.* Note de M. E.-M. Lémeray.

« I. Soit a un point racine de l'équation $fx - x = 0$, fx étant une fonction holomorphe au voisinage de a. Désignons par $f^n x$, la $n^{\text{ième}}$ itérative

---

(1) Scheffers, *Zurückführung complexer Zahlensysteme auf typische Formen* (*Math. Annalen*, t. XXXIX; 1891).

de fx; par p un multiple de n; par $a_1, a_2, a_3, \ldots$ les valeurs que prennent en a les dérivées de fx par rapport à x; par $A_1, A_2, A_3, \ldots$ les valeurs que prennent en a les dérivées de la fonction $f^n x - x$ par rapport à la même variable. Une quelconque de ces dernières, A_i par exemple, est en général une fonction, que l'on sait former, de $a_1, a_2, \ldots, a_{i-1}, a_i$. Supposons que les p premières dérivées de $f^n x - x$ soient nulles en a, ce qui arrivera s'il existe entre les $a_1, a_2, a_3, \ldots$ certaines relations de condition. Cela posé, si l'on joint à ces dernières, supposées remplies, une nouvelle équation de condition, telle que la dérivée d'ordre $p+1$ de $f^n x - x$ s'annule en a, les dérivées d'ordre $p+2, p+3, \ldots, p+n$ de la même différence s'annuleront aussi en a. Autrement dit, pour que les p premières dérivées de $f^n x - x$ s'annulent pour $x = a$, il faut et il suffit qu'il existe, entre les $a_1, a_2, \ldots, \frac{p}{n}$ relations convenables.

» Soit, par exemple, $n = 2$, pour avoir $A_1 = 0$, $A_2 = 0$, il faut et il suffit que l'on ait

$$a_1 + 1 = 0.$$

» Si, de plus, l'on veut avoir $A_3 = 0$, $A_4 = 0$, il faut et il suffit que l'on joigne, à la relation précédente, la relation

$$3a_2^2 + 2a_3 = 0.$$

» Si l'on veut encore avoir $A_5 = 0$, $A_6 = 0$, il faut joindre, aux deux relations précédentes, la relation

$$2a_5 + 15a_2 a_4 - 30a_2^4 = 0, \qquad \ldots.$$

» Soit encore $n = 3$. La relation

$$a_1 = e^{\pm\frac{2\pi}{3}\sqrt{-1}}$$

entraîne $A_1 = 0$, $A_2 = 0$, $A_3 = 0$. Jointe à celle-ci, la nouvelle relation

$$(3a_4 - 15a_2^3 - 2a_2 a_3) + e^{\pm\frac{2\pi}{3}\sqrt{-1}}(3a_4 - 3a_2^3 + 14a_2 a_3) = 0$$

entraîne $A_4 = 0$, $A_5 = 0$, $A_6 = 0$, ...

» II. On sait que la substitution $[x, fx]$ répétée indéfiniment fournit, pour une valeur donnée de x, des valeurs qui peuvent, dans certains cas, converger vers une racine a de l'équation $fx - x = 0$. Désignons encore par p un multiple de n, et considérons le cas où les p premières dérivées de $f^n x - x$ sont nulles pour $x = a$, la dérivée d'ordre $p+1$ de cette diffé-

rence étant supposée différente de o en ce point et égale à $\mathrm{R}e^{\omega\sqrt{-1}}$. Décrivons autour de a comme centre un cercle de rayon infiniment petit, ce cercle se décompose en $2p$ secteurs de même amplitude, ces secteurs sont alternativement régions de convergence, et régions de divergence pour la substitution considérée. Pour déterminer les secteurs de convergence, il suffit d'en connaître un; or l'un d'eux est compris entre les demi-droites qui font, avec la parallèle à l'axe réel menée par a, les angles

$$\frac{\frac{\pi}{2}-\omega}{n} \quad \text{et} \quad \frac{3\frac{\pi}{2}-\omega}{n}.$$

» III. Si la fonction fx satisfait à l'équation fonctionnelle

$$f^n x - x = 0,$$

il ne peut y avoir *a priori* convergence puisque après n itérations on retombe sur la valeur initiale. En effet, la première dérivée de $f^n x - x$ qui ne s'annule pas au point racine est d'ordre infini, le cercle se décompose en une infinité de régions de convergence et de régions de divergence alternatives, infiniment petites; on ne peut plus dire que x soit pris dans une région de convergence, ou dans une région de divergence. »

MÉCANIQUE. — *Sur les petits mouvements périodiques des systèmes.* Note de M. P. **Painlevé**, présentée par M. Picard.

« Dans le premier Tome de sa *Mécanique céleste* (p. 156-159), M. Poincaré a discuté sommairement les mouvements périodiques d'un système dans le voisinage d'une position d'équilibre. Dans son *Traité d'Analyse* (t. III, p. 180-185), M. Picard a donné à cette discussion une forme très simple. Mais les solutions périodiques ainsi mises en évidence peuvent être *réelles ou imaginaires*. De plus, la discussion, quand on l'approfondit, prête à une objection assez sérieuse, ainsi que je vais le montrer. Je me propose, dans cette Note, de lever ces difficultés : j'établirai notamment que, *dans le voisinage d'une position d'équilibre stable, il existe, en général, une infinité de mouvements périodiques réels.*

» Considérons le système différentiel

$$(1) \qquad \frac{dx_j}{dt} = a_{1,j}x_1 + a_{2,j}x_2 + \ldots + a_{n,j}x_n + \ldots \quad (j = 1, 2, \ldots, n),$$

où les seconds membres sont nuls et holomorphes pour

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0.$$

Cherchons s'il existe des solutions périodiques d'*amplitude* aussi petite qu'on veut *et dont la période* ω *reste inférieure à une limite finie* [1].

» La méthode de M. Poincaré montre que ω diffère très peu de $\frac{2m\pi}{\lambda}$, m désignant un entier et $i\lambda$ une racine de l'équation

$$(2) \qquad 0 = \Delta(s) \equiv \begin{vmatrix} a_{1,1} - s & a_{2,1} & \ldots & a_{n,1} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \ldots & a_{n,n} - s \end{vmatrix}.$$

» Admettons donc que l'équation (2) possède un couple de racines purement imaginaires $\pm i\lambda$, *qui soient simples*. Supposons de plus qu'aucune racine de (2) ne soit *nulle, ni égale à* $ip\lambda$, p désignant un entier plus grand que 1.

» En transformant linéairement les x et en changeant t en $\frac{t}{\lambda}$, on ramène le système (1) à la forme

$$(1)' \qquad \begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \dfrac{dx_2}{dt} = -x_1 + \ldots, \\ \dfrac{dx_j}{dt} = a_{3,j}x_3 + \ldots + a_{n,j}x_n + \ldots \qquad (j = 3, 4, \ldots, n). \end{cases}$$

» Si l'on exprime que pour $t = 2\pi + \tau$, les x_i reprennent leurs valeurs initiales x_i^0, on obtient n équations en $x_1^0, \ldots, x_n^0, \tau$, dont les $(n-2)$ dernières sont résolubles en $x_3^0, \ldots, x_n^0$, et dont les deux premières (une fois $x_3^0, \ldots, x_n^0$ remplacées en fonction de τ, x_1^0, x_2^0) ont la forme

$$(3) \qquad \tau(x_2^0 + \ldots) + P(x_1^0, x_2^0) = 0,$$

$$(4) \qquad \tau(x_1^0 + \ldots) + Q(x_1^0, x_2^0) = 0,$$

P et Q commençant par des termes du second degré, au moins en x_1^0, x_2^0. Les deux courbes (3) et (4) du plan x_1^0, x_2^0 ont pour $\tau \neq 0$ une intersection *simple* à l'origine, et pour $\tau = 0$ une intersection *multiple*. Le point essentiel de la méthode, c'est que les deux courbes (3), (4) ont *par suite*, pour τ voisin de zéro, des points communs (réels ou imaginaires) voisins de l'origine. Mais (et c'est cela l'objection que je signalais) *la chose n'a pas*

---

(1) La discussion n'apprend rien sur les solutions périodiques, dont la période croîtrait indéfiniment lorsque l'amplitude tend vers zéro.

lieu nécessairement, comme le montre l'exemple

$$\tau x + x^2 - y^2 = 0, \qquad \tau y + x^2 - y^2 = 0.$$

» Pour lever l'objection, j'établis que P et Q (s'ils ne sont pas nuls identiquement) commencent respectivement par un terme de la forme $a x_2^0 (x_1^{0^2} + x_2^{0^2})^p$, $b x_1^0 (x_1^{0^2} + x_2^{0^2})^p$, et que, par suite, (3) et (4) ont une courbe commune de la forme

$$(5) \qquad \tau(1 + \ldots) - g(x_1^{0^2} + x_2^{0^2})^p + \ldots = 0,$$

g désignant une constante numérique ($\mu = 1$ en général). *Pour les petites valeurs de τ du signe de g, la courbe (5) est réelle.*

» Ne regardons pas comme *distincts* deux mouvements qui se déduisent l'un de l'autre en augmentant t d'une constante; nous pouvons énoncer ce théorème :

» *Le système (1)′ admet une infinité de solutions périodiques réelles et distinctes dépendant d'une constante arbitraire; suivant les valeurs des coefficients de (1)′, ces solutions ont toutes une période un peu plus grande que 2π, ou un peu plus petite que 2π, ou égale à 2π.*

» Si l'on étudie maintenant les solutions de (1)′ dont la période est voisine de $2m\pi$, on trouve *les mêmes* que plus haut, à moins que l'équation $\Delta = 0$ n'admette une racine de la forme $\frac{ip}{m}$.

» Conclusion. — *Si l'équation $\Delta = 0$ admet des racines purement imaginaires qui soient toutes simples et n'admet aucune racine nulle, le système (1) possède une infinité de solutions périodiques réelles et distinctes qui diffèrent peu de la solution $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$.*

» D'une façon précise, à toute racine simple $i\lambda$ de l'équation $\Delta = 0$ telle qu'aucune autre racine ne soit de la forme $ip\lambda$ (p désignant un entier positif) correspond un faisceau de solutions périodiques, réelles et distinctes, dont la période diffère peu de $\frac{2\pi}{\lambda}$.

» Si les équations (1) définissent le mouvement d'un système S dans le voisinage d'une position d'équilibre *stable,* toutes les racines de $\Delta = 0$ sont purement imaginaires ou nulles. Si ces racines sont distinctes et différentes de zéro, le théorème précédent s'applique.

» Un cas où $\Delta = 0$ a une racine nulle et qui se rencontre souvent en Mécanique est le suivant : soit (pour fixer les idées) S un système qui dépend de trois paramètres x, y, z; supposons que la force vive et la fonc-

tion de forces U ne renferment pas z explicitement. Il convient alors de regarder comme *périodique* tout mouvement tel qu'au bout d'un temps fini, x, y, x', y', z' reprennent leurs valeurs initiales, z ayant augmenté d'une constante h. Les mouvements pour lesquels h est nul seront les mouvements périodiques *proprement dits*. Ceci posé, j'admets que $U(x, y)$ soit maxima pour $x = 0, y = 0$ et qu'il existe une intégrale première de la forme $z' = F(x, y, x', y', z', a)$ où F est nul et holomorphe pour $x = y = x' = y' = a = 0$.

» Je montre qu'il existe alors en général une infinité de mouvements périodiques, réels et distincts, dépendant de deux constantes arbitraires, dont une infinité (à une constante arbitraire) de mouvements périodiques proprement dits : dans ces mouvements, x, y, x', y', z' restent voisins de zéro. Ce théorème s'applique notamment *au mouvement d'un solide pesant fixé par un point : il existe une infinité de mouvements périodiques réels dans lesquels le centre de gravité du solide* G *reste très voisin de sa position la plus basse* (en particulier, dans lesquels G décrit un petit cercle autour de la verticale).

» Le seul cas où la discussion soit en défaut, c'est (en outre des cas d'Euler et de Lagrange) le cas où l'on a $\eta = 0$, $\frac{\zeta}{\xi} = \sqrt{\frac{A(B-C)}{C(A-B)}}$, ξ, η, ζ désignant les coordonnées de G par rapport aux axes d'inertie et A, B, C les moments principaux d'inertie ($A \geqq B \geqq C$). »

MÉCANIQUE. — *Sur le rendement des engrenages*. Note de M. **L. Lecornu**, présentée par M. H. Léauté.

« Dans le fonctionnement d'un engrenage quelconque, le frottement intervient de deux manières : d'une part, au contact des dents en prise; de l'autre, à la surface des tourillons tournant dans leurs coussinets. Les divers auteurs, tels que Poncelet, Coriolis, Combes, Resal, etc., qui ont étudié la question, ont volontairement laissé de côté le frottement des tourillons pour ne s'occuper que de celui des dents. Mais on ne peut ainsi se faire une idée exacte de la valeur économique d'une transmission. En effet, la réaction des dents, intimement liée à leur forme, influe sur la pression et, par conséquent, sur le frottement des tourillons. On n'a donc pas le droit d'admettre *a priori* que deux transmissions différant uniquement par la forme de la denture consomment aux tourillons des quantités de travail équivalentes.

» Cette critique a été formulée en 1886, dans l'*American machinist,* par M. Smith, qui n'a d'ailleurs pas cherché à soumettre la chose au calcul. En reprenant la question à ce point de vue, j'ai obtenu un résultat bien simple. Considérons un engrenage plan extérieur, formé de deux roues, dont l'une est actionnée par un couple moteur, tandis que l'autre doit surmonter l'effort d'un couple résistant. Les deux mouvements de rotation étant supposés uniformes, on sait que le travail perdu s'estime, abstraction faite du frottement des tourillons, par une formule où figure, entre autres éléments, la longueur p de la ligne joignant le point de contact des dents en prise avec le point de contact des circonférences primitives. Ceci posé, *pour tenir compte du frottement des tourillons, il suffit, dans la formule usuelle, d'ajouter à la longueur* p *le rayon* ρ *des tourillons.*

» Cet énoncé suppose que les tourillons des deux roues ont mêmes diamètres et que les coefficients de frottement sont partout les mêmes. Si cette condition n'est pas remplie, appelons R_1 et R_2 les rayons des circonférences primitives, ρ_1 et ρ_2 ceux des tourillons correspondants, i_1 et i_2 les angles de frottement de ces tourillons, i l'angle de frottement des dents. Il faut alors, dans la formule usuelle, remplacer $\frac{p}{R_1}$ par $\frac{1}{R_1}\left(p + \frac{\sin i_1}{\sin i}\rho_1\right)$ et $\frac{p}{R_2}$ par $\frac{1}{R_2}\left(p + \frac{\sin i_2}{\sin i}\rho_2\right)$.

» Pour un engrenage intérieur, la même règle s'applique en changeant simplement le signe de celui des deux rayons, ρ_1 et ρ_2, qui correspond aux tourillons de la grande roue.

» J'ai étudié également le cas des engrenages coniques. Si l'on appelle α_1 et α_2 les angles que forment les axes des deux cônes primitifs avec la génératrice de contact, φ l'angle formé par cette génératrice avec la ligne de contact des dents, et si l'on néglige d'abord le frottement des tourillons, les rapports $\frac{p}{R_1}$ et $\frac{p}{R_2}$ qui interviennent dans la formule relative aux engrenages plans se trouvent remplacés par $\sin\varphi\cot\alpha_1$ et $\sin\varphi\cot\alpha_2$. Pour tenir exactement compte du frottement des tourillons, il faut ajouter à $\sin\varphi$, dans chacun de ces produits, des termes correctifs qui ne sont pas constants. Mais, avec une approximation suffisante pour les besoins de la pratique, on peut se borner à remplacer ces deux produits par

$$\left(\sin\varphi + \frac{\rho_1}{l\cos\alpha_1}\right)\cot\alpha_1 \qquad \text{et} \qquad \left(\sin\varphi + \frac{\rho_2}{l\cos\alpha_2}\right)\cot\alpha_2,$$

en appelant l la distance du sommet des cônes au point d'application de la

résultante des pressions exercées entre les dents en prise. Ceci suppose que les angles de frottement sont égaux; il est d'ailleurs aussi facile de traiter le cas général. Pour les engrenages coniques intérieurs, il faut, comme dans le cas des engrenages plans, changer le signe de l'un des rayons ρ_1, ρ_2.

» Il est naturel de chercher quelle est, pour un pas donné, la forme de dents qui consomme en frottement le moins de travail possible. En se bornant au cas des engrenages plans extérieurs, ayant partout même coefficient de frottement, et appelant ρ le rayon commun des tourillons, φ l'inclinaison de p sur la ligne des centres, on trouve, par les procédés ordinaires du calcul des variations, qu'il faut rendre constant le rapport $\frac{p+\rho}{\sin\varphi}$. Malheureusement on est ainsi conduit à un profil présentant, très près de la circonférence primitive, un point de rebroussement, et qui ne peut dès lors être utilisé que pour des dents très courtes.

» On sait que les engrenages plans les plus usités appartiennent au type à épicycloïde et au type à développante de cercle coupant, sous un angle de 75°, la circonférence primitive. Dans les deux cas, en appelant P le pas, on trouve que le travail de frottement des tourillons est à celui des dents dans le rapport $\frac{4\rho}{P}$. Pour l'arc d'approche, le frottement de l'engrenage épicycloïdal est un peu moindre que celui de l'engrenage à développante. Il en est de même pour l'arc de retraite chaque fois que le pas est inférieur à $\frac{\rho}{2}$. Si le pas est supérieur à $\frac{\rho}{2}$, l'engrenage à développante consomme, dans la période de retraite, un peu moins de travail que l'engrenage épicycloïdal. Au total, l'engrenage à épicycloïde est toujours celui qui présente le moins de frottement, mais la différence est faible : sa valeur est de 2 à 3 pour 100 du frottement total si les tourillons ont un rayon égal au pas de l'engrenage. »

PHYSIQUE. — *Sur un moyen de reconnaître une bonne méthode cryoscopique.* Note de M. **Ponsot**, présentée par M. Lippmann.

« L'étude de l'influence de la surfusion sur l'abaissement du point de congélation par une méthode cryoscopique donnée permet de se rendre compte des erreurs systématiques de cette méthode.

» Soit P le poids d'une solution; on la suppose isolée calorifiquement et l'on admet que la congélation s'y fait sans agitation; C est sa chaleur spécifique; M est la masse en eau des parties subissant les mêmes variations de température que la solution; L_0 est la chaleur de fusion de la glace à 0°; D est la chaleur de dilution; A′ est l'abaissement observé, correspondant à une concentration x' et à un degré de fusion δ'; A est l'abaissement correspondant à la concentration originelle de la solution x; e est le poids de l'eau congelée.

» En écrivant que la chaleur dégagée dans la formation de la glace est égale à celle absorbée par la masse cryoscopique entière, on a

$$e = \frac{CP + M}{L_0 - D - \frac{A'}{2}} \delta'. \tag{1}$$

» Soit $y = \frac{A'}{x'}$, la concentration étant exprimée par le poids du corps dissous dans 100gr de solution; on a la relation approchée

$$\frac{A' - A}{A'} = \frac{e}{P} + \frac{y_{A'} - y_A}{y_{A'}}.$$

Le dernier terme peut être quelquefois négligeable; c'est ce qui a lieu souvent pour les solutions très étendues

$$A' - A = A' \left(\frac{C + \frac{M}{P}}{L_0 - D - \frac{A'}{2}} + \frac{y_{A'} - y_A}{y_{A'} \delta'} \right) \delta' = A' K \delta', \tag{2}$$

$$K = \frac{A' - A''}{A'\delta' - A''\delta''}. \tag{3}$$

» Si l'on veut appliquer ces relations aux expériences, il faudra remplacer M par une valeur M′ telle que M′ − M représente l'action calorifique résultante de l'agitation et du réfrigérant pendant chaque expérience, et par degré de surfusion.

» Dans une expérience réalisée de telle sorte qu'elle conduise à un régime permanent, M′ est différent de M à cause de la période de congélation qui précède l'établissement du régime permanent; M′ − M dépend du mode opératoire et de la construction de l'appareil cryoscopique.

» La condition expérimentale la meilleure est que M′ soit peu différent de M. Comme M est invariable, on conçoit que, si l'on opère toujours de

la même manière, avec le même appareil, M′ *soit à peu près invariable* quelle que soit la concentration. D'ailleurs, dans la relation (2), $y_{A'} - y_A$ peut être considéré comme proportionnel à δ' pour une solution donnée, de sorte que K, et, par suite, M′, est à peu près indépendant de δ'; ce que l'expérience vérifie.

» J'ai appliqué les relations précédentes aux expériences que j'ai publiées dans le *Bulletin de la Société chimique* (p. 399; 1897), j'ai trouvé :

» A l'aide de la relation (1), pour une série sur une solution de sucre, valeur moyenne de M′ = 40.

» A l'aide de la relation (2) :

» Deux séries sur les solutions sucrées M′ = 58 et 30,2.

» Deux séries sur les solutions de Na Cl, M′ = 56 et 60,4.

» Dans ces expériences M = 32.

» Application aux expériences de 1895 (Thèse, p. 52). J'ajoute les valeurs de M'_1 calculées d'après la relation (2) où l'on néglige $\left(\frac{y_{A'} - y_A}{y_{A'}\delta'}\right)$

Abaissements.	Surfusion.	K.	M′.	M'_1.
0°,0510	1°,2			
0,0565	1,86	0,0128	− 9	+ 2
0,1327	0,9			
0,1337	1,38	0,0154	+25	+29
0,1478	1,20			
0,1488	1,62	0,0161	+19	+23
1,5358	1,03			
1,5522	1,63	0,0160	− 1	+48
2,9238	0,70			
2.9567	1,71	0,0100	−54	− 6

» L'appareil employé était différent de celui ayant servi aux expériences précédentes. M = 20. La correction de concentration a été faite en donnant cette valeur à M′. La dernière série seule n'est pas satisfaisante : comme K est déterminé par deux expériences seulement, une faible erreur accidentelle dans l'une d'elles peut amener une variation notable de K et de M′.

» Application aux résultats donnés par M. Raoult, sur les solutions de NaCl (*Comptes rendus*, p. 888). P correspond à 125^{cc} de solution. Je n'ai pu calculer que M'_1. Je joins l'abaissement de 1 molécule dans 100^{gr} de solution.

Abaissements.	M'_1.	Abaissements moléculaires.
0	151	
0,110	106	36,6
0,207	65	35,6
0,408	40	34,8
0,821	8	34,8
1,675	−19	35,2
3,424	−30	36,2

$y_{A'} - y_A$ est négatif pour les trois premiers abaissements d'où M′ y est plus grand que M'_1 ; au contraire pour les trois derniers, M′ est plus petit que M'_1. Les variations de M′ sont donc plus importantes que celles de M'_1.

» M m'est inconnu; mais la variation très grande de M′ me semble indiquer une erreur systématique dans la détermination de K et par suite dans celle des abaissements.

» Il est à remarquer d'ailleurs que de 0°,821 à 0° les valeurs positives de M'_1 croissantes, indiquant une influence de plus en plus notable du réfrigérant, correspondent à un accroissement très rapide de l'abaissement moléculaire, accroissement que je n'ai pas observé. De plus, pour les abaissements plus grands que 0°,821, les valeurs de M'_1 négatives de plus en plus importantes correspondent à un accroissement de l'abaissement moléculaire moins rapide que celui résultant de mes expériences (1). »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la purification du cérium.* Note de MM. **Wyrouboff** et **A. Verneuil**, présentée par M. Moissan.

« Malgré le nombre considérable des recherches sur le cérium et ses combinaisons, il existe encore beaucoup d'incertitudes relativement à ses propriétés chimiques les plus caractéristiques.

» Ces incertitudes tiennent à deux causes : l'absence de méthode permettant d'obtenir facilement du cérium rigoureusement exempt des terres qui l'accompagnent, et l'insuffisance des procédés employés pour la détermination de son poids atomique. Ces deux lacunes nous forcent à tourner dans un cercle vicieux, sans espoir d'en sortir, car on apprécie la pureté du produit par le poids atomique et l'on fixe le poids atomique dans un produit dont on ne peut reconnaître la pureté.

---

(1) Travail fait au laboratoire de Recherches physiques de la Sorbonne.

» Parmi les nombreuses méthodes de séparation du cérium, il n'en est que deux qui aient réuni la majorité des suffrages : le traitement par le chlore en présence d'alcalis, employé par Mosander, et la fusion avec le nitre, proposée par Debray. Toutes deux souffrent du même défaut : elles ne sont basées sur aucune réaction précise et se placent dans les conditions les plus désavantageuses pour la séparation qu'elles ont en vue. Le cérium se distingue de tous les métaux voisins par une propriété caractéristique, l'existence d'un oxyde supérieur très stable, formant facilement des sels basiques généralement insolubles; il est donc tout naturel de se servir de cette propriété pour l'isoler des métaux de son groupe ou des groupes voisins. C'est, en effet, ce qu'ont tenté de faire Mosander et Debray, mais ils n'ont pas remarqué qu'il existait, entre l'oxyde inférieur CeO [1] et l'oxyde supérieur Ce^3O^4, un oxyde intermédiaire $Ce^6O^7 = Ce^3O^4.3CeO$, très stable et donnant, lui aussi, des sels basiques insolubles et auxquels aboutissent, dans la plupart des cas, l'oxydation de CeO et la réduction de Ce^3O^4. Cet oxyde devient bien plus stable encore lorsque le cérium se trouve en présence du lanthane et du didyme plus basiques que lui, car il se forme alors invariablement un oxyde complexe $Ce^3O^4.3MO$ dans lequel $M = Ce + La + Di$ en proportions variables suivant les circonstances. Or, dans le procédé de Mosander, l'action même très prolongée du chlore ne va guère au delà de la formation de cet oxyde intermédiaire et, dans le procédé de Debray, le premier acte de l'action de la chaleur est précisément sa production. C'est pour cela qu'il faut, pour arriver à un produit dont la pureté n'est jamais certaine, répéter l'opération un grand nombre de fois.

» L'existence de l'oxyde intermédiaire une fois reconnue, le problème de la séparation du cérium se simplifie beaucoup, car il se réduit à ces deux solutions : ou bien éviter la formation de cet oxyde, ou bien trouver les conditions dans lesquelles il se scinde en ses deux éléments constituants, Ce^3O^4 formant des sels basiques insolubles et $CeO + LaO + DiO$ donnant des sels neutres solubles. C'est cette seconde solution, de beaucoup la plus simple, que nous avons cherché à réaliser.

» On dissout à chaud, dans l'acide azotique, les oxydes provenant de la calcination modérée des oxalates. Il y a réduction partielle, dégagement

---

[1] Nous considérons le cérium comme *bivalent* dans son oxyde inférieur, et nous donnerons prochainement les raisons qui nous forcent à nous ranger à l'ancienne opinion de Berzelius.

d'oxygène et formation de l'oxyde intermédiaire. On évapore la solution à consistance sirupeuse pour chasser l'excès d'acide. La masse se dissout facilement dans l'eau en donnant une solution jaune, limpide, qui doit être étendue (4 pour 100 d'oxyde environ). Si à cette solution chaude on ajoute assez de nitrate d'ammoniaque pour qu'elle en contienne 5 pour 100, l'oxyde intermédiaire se dissocie complètement; la totalité de l'oxyde Ce^3O^4 se précipite à l'état de sel basique : $(Ce^3O^4)^4Az^2O^5$ et les protoxydes restent dans la liqueur, qui prend la teinte violette des sels de didyme. Le précipité, qui se dépose et se lave très bien avec du nitrate d'ammoniaque à 5 pour 100, renferme du cérium rigoureusement exempt, aussi bien du didyme et du lanthane, que des terres de l'yttria. Ces terres ne peuvent s'attacher au cérium que lorsque celui-ci est à l'état d'oxyde $Ce^3O^4 . 3CeO$, et le nitrate d'ammoniaque, en insolubilisant le sel de Ce^3O^4, rend l'existence de cet oxyde impossible. Il est vrai qu'on n'a ainsi que 75 pour 100 environ du cérium existant, mais rien n'empêche de répéter l'opération en précipitant la liqueur filtrée par l'acide oxalique, calcinant les oxalates et les redissolvant dans l'acide nitrique.

» Dans le cas où le mélange des oxydes renferme plus de 50 pour 100 de cérium, il n'est plus intégralement soluble dans l'acide nitrique. Il faut alors dissoudre les oxalates dans l'acide azotique, ajouter de l'eau oxygénée et de l'ammoniaque. On fait bouillir pour transformer le peroxyde brun formé en hydroxyde céroso-cérique jaune; cet hydroxyde, après lavage, est dissous dans l'acide azotique, et l'opération se continue comme nous venons de l'expliquer. Le cérium ainsi obtenu n'est cependant pas encore pur; il renferme la totalité de la thorine qui pouvait exister dans le mélange des oxydes. Nous remarquerons pourtant que la thorine n'existe que dans les 75 pour 100 de cérium de la première opération. Si donc on voulait avoir, sans autre purification, du cérium complètement exempt de thorine, il suffirait de répéter l'opération sur les oxydes restés dans la liqueur après la première précipitation. En tous cas, on se débarrasse facilement de la thorine en traitant les oxalates, ou mieux les nitrates, aussi neutres que possible, par une solution concentrée de carbonate d'ammoniaque additionnée d'ammoniaque caustique. La thorine se dissout facilement en même temps qu'une portion des autres terres; après deux épuisements, il ne reste que 1 pour 100 de thorine. Pour enlever cette dernière trace, on cristallise le sulfate à 60° dans une liqueur bien exempte d'acide sulfurique libre; la thorine s'accumule dans les eaux-mères, formant avec le cérium un sulfate double excessivement soluble.

» Il ne reste plus qu'à débarrasser le cérium du fer qu'il retient avec une très grande ténacité. Pour cela, il faut précipiter deux ou trois fois son nitrate ou son chlorure par de l'acide oxalique en liqueur chaude et acide; on peut l'éliminer aussi en déshydratant le sulfate à une température élevée, 400° à 450° : le fer reste ainsi à l'état insoluble.

» Le cérium, ainsi purifié, est toujours identique à lui-même, et son poids atomique est invariable, ainsi que nous le montrerons dans une prochaine Note. Son oxyde, calciné à très haute température, est absolument blanc à froid. Toute teinte jaune, chamois ou rose indique la présence d'impuretés qu'on peut toujours éliminer par les procédés connus [1]. »

M. **Moissan** ajoute, à propos de la Communication de MM. *Wyrouboff* et *Verneuil* : « Sur la préparation de l'oxyde de cérium », les remarques suivantes :

« Les importantes recherches de MM. Wyrouboff et Verneuil me conduisent à indiquer par quel procédé j'ai obtenu l'oxyde de cérium tout à fait blanc qui m'a servi à préparer le carbure de cérium.

» Je suis parti d'un oxyde de cérium ne donnant plus en solution concentrée aucun spectre d'absorption. Je l'ai transformé en carbure au four électrique.

» L'attaque par l'eau froide, pure ou légèrement acidulée, m'a fourni un mélange complexe de carbures d'hydrogène dont la composition n'était pas constante pendant toute la durée de la réaction.

» 300^{gr} de ce carbure en poudre fine ont été alors traités par une solution très étendue d'acide nitrique, de façon à ne produire qu'une attaque limitée. Le carbure restant est repris par une nouvelle quantité d'acide étendu, mais sans aller jusqu'à la disparition totale du carbure. La solution obtenue dans ce deuxième traitement fournit, par une simple calcination, de l'oxyde de cérium absolument blanc. Le fer se trouve dans le liquide du premier traitement et le thorium dans le résidu de carbure non attaqué.

» Ce procédé de préparation m'a donné un oxyde de cérium blanc, tandis que la première attaque fournissait une poudre rose et la dernière un produit vert jaunâtre. »

---

(1) Laboratoire de Chimie du Muséum d'Histoire naturelle.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les alliages du groupe argent-cuivre.* Note de M. F. **Osmond**, présentée par M. Troost [1].

« Dans une Note précédente, j'ai montré que les alliages de l'argent avec le cuivre (réserves faites pour ceux qui ne contiennent l'un des corps qu'en faible proportion) sont des mélanges de deux composants présentant respectivement, sous le microscope, l'aspect des deux métaux primitifs.

» Si ces deux composants sont purement et simplement de l'argent et du cuivre, les alliages considérés devraient, semble-t-il, posséder des propriétés intermédiaires entre celles de ces métaux.

» En fait, ce n'est pas du tout ce qui a lieu.

» La résistance électrique, notamment, a été déterminée par plusieurs physiciens. Elle augmente, rapidement d'abord, quand on ajoute à l'un des métaux de petites quantités de l'autre; puis, de plus en plus lentement pour des additions croissantes. Le maximum correspond à peu près, selon Matthiessen [2], à l'alliage de Levol et, selon MM. Barus et Strouhal [3], au mélange à volumes égaux. MM. Barus et Strouhal ont également mesuré les variations complexes du pouvoir thermo-électrique. Enfin, d'après M. A. Le Chatelier [4], l'addition de 1 pour 100 de cuivre à l'argent pur élève de $18^{kg},6$ à $23^{kg},7$ la résistance à la traction prise à 15° sur fils recuits.

» Il est donc au moins douteux que les constituants blanc et jaune des alliages soient respectivement de l'argent pur et du cuivre pur.

» Pour résoudre la question, j'ai préparé, par fusion, sous une couche de borax recouvert lui-même de charbon de bois en poudre, deux séries d'alliages contenant respectivement 0,2; 0,5; 1; 2; 4 pour 100 d'argent ou de cuivre. Les boutons, refroidis lentement, ont été sectionnés vers l'axe, polis et chauffés aux couleurs de recuit pour donner au cuivre une patine

---

(1) Travail fait au laboratoire de Chimie générale à la Sorbonne.

(2) *Phil. Trans. of the Royal Soc.*, t. CL, p. 170.

(3) *Bulletin of the U. S. Geological Survey*, n° 14, 1885.

(4) *Mémorial du Génie militaire*, 1890.

orangée. Les coupes ont été dessinées à la chambre claire et les composants ont été dosés par la mesure de leurs aires. On trouve ainsi :

Alliages à base d'argent. Cuivre pour 100 en poids		*Alliages à base de cuivre.* Argent pour 100 en poids	
réellement ajouté.	visible.	réellement ajouté.	visible.
0,2	0,00	0,2	0,00
0,5	0,00	0,5	0,00
1,0	traces	1,0	traces
2,0	0,12	2,0	0,15
4,0	0,95	4,0	0,82

» Le métal allié *visible* est partout inférieur à celui qui est réellement présent : une partie reste invisible au microscope.

» Deux explications paraissent possibles : ou bien le métal dominant, en se solidifiant, a entraîné, dans un état d'extrême division, une certaine proportion de l'autre, comme certains précipités font pour les corps dissous, ou bien le métal invisible est resté en dissolution solide, et le cas serait comparable à celui de deux liquides non miscibles en toutes proportions, comme l'eau et l'éther.

» Les expériences suivantes sont une contribution à l'étude de la question.

» Pour les alliages à base d'argent, on obtient une série d'indications nouvelles en élevant un peu la température du recuit des coupes polies, de façon que le cuivre se colore en pourpre ou mieux en bleu. Dans ces conditions, l'argent pur réduit du chlorure, puis fondu comme il a été dit, montre en lumière oblique (grossissement de 20 diam.) des cristallites cubiques relativement claires englobées dans ce qu'on pourrait appeler un *ciment* plus sombre, c'est-à-dire que le recuit a dépoli les cristallites plus fortement que leur enveloppe ([1]). Une addition de 0,2 à 0,5 pour 100 de cuivre ne change rien à cet aspect. Avec 1 pour 100 de cuivre, on voit (grossissement de 200 diam.) des taches brunes à bords estompés se former dans les grosses épaisseurs du ciment, le plus loin possible des cristallites. Ces taches brunes, qui ne se produisent pas sur l'argent plus pur, indiquent la présence locale du cuivre. Avec 2 pour 100 de ce dernier métal,

([1]) Ce manque d'homogénéité est à noter. En fait, la courbe de refroidissement de l'argent pur, enregistrée par M. Roberts-Austen (*Proc. Mech. Eng.*, oct. 1891), ne montre pas de palier vraiment horizontal au moment de la solidification.

elles s'agrandissent, se soudent et se rapprochent des cristallites, en même temps que de petits grains de cuivre liquaté s'isolent vers le centre des plus grandes d'entre elles. Avec 4 pour 100 de cuivre, ces grains liquatés sont devenus plus gros; les taches brunes ont envahi tout l'intervalle entre les cristallites. Enfin, si l'on atteint, par exemple, 15 pour 100 de cuivre, les cristallites elles-mêmes brunissent et montrent (grossissement de 1000 diam.) des dessins qui rappellent ceux des eutectiques.

» Les alliages du cuivre avec de petites quantités d'argent présentent des phénomènes analogues. Ces alliages ont été étudiés par M. Behrens [1] dont les observations sont, en général, confirmées par les miennes, sauf quelques divergences attribuables aux conditions expérimentales. Jusqu'à 0,5 pour 100 d'argent, je trouve que le cuivre est formé de grains polyédriques striés de raies parallèles. A partir de 0,5 apparaissent des cristallites analogues à celles de l'argent, pareillement englobées dans du cuivre d'organisation différente. C'est là que se concentre l'argent en excès; il commence à s'y liquater, le plus loin possible des cristallites, à partir et au-dessus d'une teneur égale à 1 pour 100.

» Ces résultats me paraissent supposer la solubilité mutuelle du cuivre et de l'argent solides. A l'appui de cette interprétation, m'inspirant des travaux de M. Colson [2] et, plus directement, de ceux de M. Roberts-Austen [3], sur la diffusion des solides, j'ai chauffé pendant une heure dans l'hydrogène, entre 650° et 675°, une surface polie de cuivre pur au contact d'une surface polie d'argent pur. Après refroidissement, les deux surfaces adhéraient suffisamment pour qu'on ne pût les séparer avec les doigts. La surface du cuivre montrait, en dehors de la région de contact, les polyèdres striés normaux et, sur la région de contact, l'organisation cristallitique supposant la présence superficielle de 0,5 pour 100 d'argent environ. La surface de l'argent, de son côté, présentait un réseau polygonal qui n'apparaît pas sur l'argent pur. La pénétration n'avait d'ailleurs eu lieu que sur une profondeur infiniment faible.

» En résumé, la conception de Matthiessen, qui voyait, dans certains alliages, des solutions solidifiées de formes allotropiques, tout en ayant certaines restrictions à subir, paraît rester vivante et féconde. Je ne vois pas qu'elle soit en opposition avec les travaux de M. H. Le Chatelier dont

---

(1) *Mikrosk. Gefüge der Metalle und Legierungen,* p. 43.

(2) *Comptes rendus,* t. XCIII, p. 1074, et XCIV, p. 26.

(3) *Phil. Trans. of the Royal Soc.*, t. CLXXXVII, p. 383.

les conclusions, en s'étendant aux solutions solides, prendraient, au contraire, un caractère de plus grande généralité. »

CHIMIE MINÉRALE. — *La phosphorescence du sulfure de strontium.* Note de M. **José Rodriguez Mourelo.**

« Même après avoir été longuement exposés à la lumière solaire directe, les sulfures de baryum, calcium et strontium purs ne sont pas phosphorescents; c'est là un fait prouvé. Les polysulfures ne sont pas davantage doués de cette qualité. Seuls les monosulfures sont susceptibles de phosphorescence, quand ils répondent à la formule MS; M étant égal à

$$Ba - Ca - Sr,$$

à condition cependant de contenir des composés alcalins (carbonate et chlorure de sodium) en très faible quantité et du subnitrate de bismuth, ainsi que l'a montré M. Verneuil pour le sulfure de calcium et comme j'ai eu moi-même l'occasion de le vérifier pour le sulfure de strontium. Les conditions de phosphorescence de ce dernier corps présentent des particularités dignes de remarque, que j'ai pu observer au cours de mes récentes expériences.

» Je réduis le sulfate de strontium par le charbon, je soumets la strontiane à l'action de l'acide sulfhydrique, au rouge vif, ou bien en la chauffant avec du soufre, et l'on obtient ainsi des monosulfures de strontium très purs et non phosphorescents; cette opération doit être faite à l'abri des courants d'air, surtout lorsque les creusets se refroidissent. Ces monosulfures peuvent devenir phosphorescents si l'on a soin de les chauffer, durant quelque temps, seuls ou mêlés à de l'amidon dans un four à flamme oxydante, car alors il se forme un peu de sulfate, corps dont la présence paraît nécessaire pour provoquer la phosphorescence. Tous les sulfures de strontium phosphorescents que j'ai obtenus de cette manière contenaient une petite quantité de sulfate, bien que la proportion de ce corps n'ait jamais dépassé 0,05 pour 100, sans qu'on puisse déterminer une relation fixe entre la quantité de ce corps et l'intensité de la phosphorescence, ce qui prouve que cette propriété n'est pas uniquement due au sulfate.

» Pour démontrer la nécessité d'un principe d'oxydation pour l'obtention du sulfure de strontium avec phosphorescence, j'ai chauffé pendant sept heures, dans un fourneau à gaz, 100^{gr} d'un sulfure très blanc, obtenu par réduction du sulfate et chauffé de nouveau au rouge vif avec un mélange d'amidon pour lui faire acquérir une phosphorescence intense de couleur vert bleu. Lorsqu'il fut refroidi, je pus observer qu'il avait perdu la propriété sus-indiquée, et qu'il contenait plus de

60 pour 100 de sulfate de strontium. Après avoir ajouté du charbon à la substance ainsi obtenue, le mélange fut remis au feu et chauffé au rouge très vif durant trois heures, après quoi le creuset qui le contenait fut refroidi lentement à l'abri de l'air. Le résultat fut l'obtention d'une matière gris foncé, phosphorescente, qui contenait du charbon très divisé, du sulfure et du sulfate de strontium, ce dernier dans une proportion de 0,042 pour 100.

» En oxydant à une haute température le sulfure de strontium préparé par réduction du sulfate, ou en chauffant un mélange de strontiane et soufre, ou encore chauffant le sulfure obtenu en traitant la strontiane par l'acide sulfhydrique, je suis parvenu à diminuer par degrés l'intensité de la phosphorescence et jusqu'à la perte complète de cette propriété et même jusqu'à convertir ces sulfures en sulfates de strontium. Dans beaucoup de cas, j'ai pu leur rendre la phosphorescence en les exposant, avec un supplément de charbon, à une température élevée; mais alors les substances prennent une teinte grise ou brune.

» Si l'on se sert du sulfure de strontium préparé suivant la méthode que M. Verneuil a indiquée pour le sulfure de calcium, ou si l'on adopte la modification que j'ai proposée, on arrive à des résultats différents de ceux que produisent les méthodes ordinaires.

» Le sulfure de strontium que j'ai obtenu est fort complexe et contient, lui aussi, un peu de sulfate de strontium, mais il résiste à l'oxydation, peut-être à cause même de sa structure particulière. Il est formé de petits grains, à surface fondue et comme vernie, qui ressemblent fort à une substance qui commence à cristalliser; ils sont brillants et l'on pourrait croire la surface des grains enveloppée d'une couche protectrice destinée à empêcher leur altération. Ces petits grains, adhérant les uns aux autres, forment ainsi des masses irrégulières, rugueuses et grincent lorsqu'on les pulvérise. Ils s'attirent mal dans l'eau. Si l'on humecte cette masse granuleuse en l'exposant à l'air, l'odeur sulfhydrique tarde à se répandre, et même l'action des acides sur ce corps est moins rapide. Ce sulfure est le plus phosphorescent de tous ceux que j'ai préparés, car il supporte d'être longuement chauffé sans que l'intensité de sa phosphorescence diminue.

» En résumé, nous voyons qu'un principe d'oxydation est nécessaire, ainsi qu'une structure particulière, pour que le sulfure de strontium soit susceptible de phosphorescence, sans omettre les substances dont l'influence sur la propriété que nous étudions est directe et positive [1]. »

---

[1] Travail fait au laboratoire de l'École centrale des Arts et Métiers, à Madrid.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude de la préparation de l'éther ordinaire.* Note de M. L. PRUNIER.

« 1. Dans une Note précédente (voir *Comptes rendus*, 10 mai 1897, p. 1028) nous avons établi la présence des dérivés sulfonés dans les divers produits recueillis au courant de la préparation de l'éther ordinaire, ou encore dans celle de l'éthylène. Ces résultats semblent devoir entrer en ligne de compte dans la théorie de la formation des éthers mixtes (éthers-oxydes).

» On connaît la théorie, justement célèbre et basée sur des expériences capitales, désignée couramment sous le nom de *théorie de Williamson*.

» Habituellement l'opération est représentée en deux phases successives formant un cycle complet de transformations indéfiniment renouvelées.

» Depuis longtemps on sait que la continuité n'existe pas en pratique: l'opération se limite d'elle-même; et, d'autre part, l'interprétation d'ensemble, notamment en ce qui concerne la présence de l'acide sulfurique considéré comme incessamment régénéré en nature, et non hydraté au contact de l'eau, paraît susceptible d'être modifiée.

» 2. Il convient tout d'abord de noter la réserve si remarquable avec laquelle Williamson, dans son Mémoire, parle du mécanisme inconnu grâce auquel l'alcool ramènerait l'acide sulfovinique à l'état d'acide sulfurique libre. La réaction se passe bien en milieu fortement acide, mais l'acide sulfurique libre n'est pas indispensable. L'éthérification peut se faire en son absence, l'acidité étant due à l'acide sulfureux, à l'acide sulfovinique ou à ses dérivés. Il suffit pour cela d'opérer en présence d'un excès de sulfovinate de baryte qui élimine l'acide sulfurique.

» D'autre part, si, une fois libre, l'acide sulfurique s'hydrate, la production ultérieure de l'acide sulfovinique devient impossible et la réaction devrait s'arrêter presque aussitôt. Le véritable mécanisme est donc autre.

» 3. A première vue, il semblerait naturel d'admettre que, en présence de l'alcool, l'acide sulfovinique donne successivement

$$\text{I.}\quad \underbrace{C^2H^5O.SO^2.OH}_{\text{Acide sulfovinique.}} + \underbrace{C^2H^5.OH}_{\substack{\text{1}^{\text{re}}\text{ molécule}\\ \text{d'alcool.}}} = H^2O + \underbrace{C^2H^5O.SO^2.C^2H^5O}_{\text{Éther sulfurique neutre.}},$$

$$\text{II.}\quad \underbrace{C^2H^5O.SO^2.C^2H^5O}_{\text{Sulfate diéthylique.}} + \underbrace{C^2H^5.OH}_{\substack{\text{2}^{\text{e}}\text{ molécule}\\ \text{d'alcool.}}} = \underbrace{C^2H^5.O.C^2H^5}_{\text{Éther ordinaire.}} + \underbrace{C^2H^5O.SO^2.OH}_{\text{Acide sulfovinique.}}$$

» L'acide sulfurique n'est pas libéré en nature; il ne se trouve pas en présence de l'eau, et, par conséquent, ne s'hydrate pas forcément (sauf la proportion qui résulte de l'action de l'eau sur l'acide sulfovinique, ce qui conduit progressivement à la limitation de l'opération, ainsi qu'on le dira plus loin). L'interprétation des faits serait déjà plus satisfaisante; mais, dans cet ordre d'idées, on ne tient pas compte de la présence des dérivés sulfonés.

» 4. Ils existent pourtant, et en quantité notable. Dès lors il faut compléter les données précédentes. L'expérience montre nettement que l'acide sulfovinique et l'éther sulfurique neutre, isolés ou mélangés, fournissent des dérivés sulfoniques quand on les soumet à l'action de la chaleur entre 100° et 140° ou au delà.

» Rappelons maintenant que dans la préparation de l'éther le dégagement de l'acide sulfureux, et aussi celui de l'éthylène ou de ses dérivés polymérisés, apparaît vers +130° ou +140°.

» L'acide sulfovinique donnant naissance, au moins transitoirement, à l'éther sulfurique neutre instable, lui aussi, à la température 130°-140° de l'opération usuelle, il suffira, pour tout expliquer, d'admettre le dédoublement, au moins partiel, de l'acide sulfovinique en alcool et acide anhydre

$$C^2H^5O.SO^2.OH = C^2H^5.OH + SO^3.$$

» L'acide anhydre, en présence d'alcool, fournira de l'acide iséthionique, par exemple, dont la stabilité est supérieure (16^{Cal}) à celle de l'acide sulfovinique (14^{Cal}), ou, mieux encore, à son éther éthyliqué neutre, puisque l'alcool est en excès. L'acide iséthionique étant représenté par

$$OH.CH^2.CH^2.SO^2.OH,$$

son éther éthylique neutre sera $OH.CH^2.CH^2.SO^2.OC^2.H^5$.

» C'est un corps instable qui distille vers 120° et se dédouble à +140° en acide sulfureux et alcool (d'après les expériences de M. Marja-Mazurowska), dédoublement partiel qui explique le dégagement d'acide sulfureux constaté expérimentalement, en même temps que la volatilité rend compte de l'entraînement des produits sulfonés passant à la distillation. Mais, de plus, l'éther iséthionique neutre, en présence d'une molécule d'alcool, fournit de l'éther avec régénération d'acide iséthionique

$$\underbrace{OH.CH^2.CH^2 - SO^2 - OC^2H^5}_{\text{Éther iséthionique neutre.}} + C^2H^5.OH = \underbrace{C^2H^5.O.C^2H^5}_{\text{Éther ordinaire.}} + \underbrace{OHCH^2.CH^2.SO^2.OH}_{\text{Acide iséthionique.}},$$

et le cycle des réactions est à nouveau fermé.

» 5. L'acide iséthionique et ses dérivés ont été pris ici comme type de groupe, à cause de leurs propriétés, connues de longue date, et parce que le mécanisme ne peut être précisé davantage, puisque, jusqu'à présent, dans nos expériences, les dérivés sulfonés ont été caractérisés par groupes et non par espèces distinctes. Mais il se pourrait notamment que l'acide iséthionique soit accompagné de l'acide éthylsulfonique $C^2H^5.SO^2.OH$ de MM. Lœwig et Weidmann, corps également stable et comparable à l'acide iséthionique. L'interprétation d'ensemble resterait la même.

» Et cette interprétation reçoit une confirmation expérimentale directe de la fabrication, actuellement assez répandue à l'étranger, de l'éther ordinaire au moyen des acides sulfonés aromatiques, tels que l'acide benzène sulfonique $C^6H^5.SO^2.OH$.

» D'après les recherches de M. F. Krafft, en effet, il suffit, pour obtenir l'éther ordinaire (ou ses homologues), de faire arriver l'alcool dans de l'acide benzène sulfonique, maintenu à température convenable.

» On a, comme précédemment,

$$\text{I.}\quad C^6H^5.SO^2.OH + C^2H^5.OH = H^2O + C^6H^5.SO^2.OC^2H^5.$$
$$\text{II.}\quad C^6H^5.SO^2.OC^2H^5 + C^2H^5.OH = C^2H^5.O.C^2H^5 + C^6H^5.SO^2.OH.$$

» 6. Enfin on sait que, dans la fabrication habituelle par l'acide sulfurique et l'alcool, l'éthérification n'est pas indéfinie. Les considérations qui précèdent rendent facilement compte de la limite imposée à l'opération. En effet, d'une part, l'acide sulfurique s'élimine peu à peu du champ de la réaction. Il se sépare progressivement par saponification de l'acide sulfovinique ou de l'éther diéthylique neutre, en présence de la vapeur d'eau. Une fois suffisamment hydraté, il ne rentre plus en réaction.

» D'autre part, le dégagement d'acide sulfureux, aux dépens des éthers sulfonés dissociables, diminue continuellement aussi la proportion des composés indispensables à la réaction qui fournit le produit cherché.

» L'opération doit donc forcément s'arrêter.

» 7. En résumé, dans la préparation usuelle, l'éther se dégage, en vertu de sa grande volatilité, au sein d'un milieu hétérogène, instable et en perpétuelle transformation, mais la théorie de l'opération est plus complexe qu'on ne l'avait cru d'abord.

» Au lieu de prendre comme base la régénération continuelle de l'acide sulfurique à l'état libre, il paraît préférable d'admettre que l'action de l'alcool, ajouté peu à peu, porte principalement sur les deux éthers sulfuriques, et surtout sur leurs produits de décomposition, les dérivés

sulfonés, acides et neutres, qui constituent en grande partie les résidus et permettent d'expliquer l'ensemble des phénomènes connus. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques combinaisons de la phénylhydrazine avec les chlorures métalliques.* Note de MM. **J. Ville** et **J. Moitessier**, présentée par M. Friedel.

« Au cours de recherches concernant l'action réductrice de la phénylhydrazine sur les sels réductibles (sels mercuriques, cuivriques, ferriques, etc.), recherches dont les résultats seront ultérieurement décrits, nous avons été conduits à étudier la manière dont se comporte ce corps en présence des sels métalliques en général. Nous avons pu ainsi constater que la phénylhydrazine donne avec ces sels des combinaisons analogues à celles que fournissent l'ammoniaque et les bases organiques (aniline, toluidines, xylidines, etc.) [1]. Nous décrirons dans cette Note les composés obtenus avec quelques chlorures métalliques.

» *a. Chlorure de zinc phénylhydrazinique.* — Quand on verse une solution alcoolique de phénylhydrazine au dixième dans une solution alcoolique de chlorure de zinc à 5 pour 100, de manière à faire réagir ces deux corps dans les proportions de 2,5 molécules environ de phénylhydrazine pour 1 molécule de sel de zinc, on obtient immédiatement un abondant précipité blanc cristallin, lequel apparaît au microscope sous la forme de lamelles disposées en rosaces. Ce précipité, recueilli sur un filtre, lavé à l'alcool concentré et essoré sur plaques poreuses, est desséché dans le vide sec.

» On obtient un produit mieux cristallisé, quand on opère en liqueur aqueuse. A cet effet, on verse, par petites portions et en agitant, 6^{gr} de phénylhydrazine (1,5 molécule environ) dans une solution étendue et bouillante de chlorure de zinc [5^{gr} de sel de zinc (1 molécule) dans 1000^{gr} d'eau]. Il est nécessaire d'opérer en solution très diluée, sinon une partie du produit formé se sépare, même dans le liquide bouillant, sous la forme d'une masse blanche butyreuse confusément cristallisée. La liqueur filtrée bouillante et concentrée au tiers environ donne, par le refroidissement, un beau produit cristallisé en groupes radiés d'aiguilles prismatiques.

» Le corps obtenu dans les deux cas est anhydre, sa composition répond à la formule $ZnCl^2(C^6H^5.AzH.AzH^2)^2$, comme l'indiquent les nombres suivants fournis par l'analyse en centièmes :

---

(1) H. Scherning a décrit des combinaisons de cette nature formées par la phénylhydrazine avec les sulfates de la série magnésienne (*Journ. prakt. Ch.*, t. XLVII, p. 80).

	Trouvé.	Calculé.
Zn	18,85	18,47
Cl	19,97	20,17
Az	16,38	15,91
C	40,64	40,91
H	5,12	4,54

» Peu soluble dans l'eau froide, ce corps se dissout assez facilement dans l'eau et dans l'alcool bouillants, ainsi que dans l'eau acidulée par quelques gouttes d'acide chlorhydrique ou d'acide azotique. Par le refroidissement, il se sépare de sa solution alcoolique bouillante sous la forme de lamelles prismatiques.

» Quand on le chauffe, il se décompose sans fusion préalable; vers 185° il devient pâteux, brunit, puis se boursoufle et se décompose en bouillonnant. Chauffé sur une lame de platine, il se charbonne et laisse, par incinération, un résidu d'oxyde de zinc.

» En solution dans l'eau acidulée par de l'acide azotique, ce corps donne, avec le nitrate d'argent, un précipité de chlorure argentique. Sa solution aqueuse réduit à froid le réactif cupro-potassique et l'azotate d'argent ammoniacal; elle donne en outre les réactions des sels de zinc.

» *b. Chlorure de nickel phénylhydrazinique.* — Le chlorure de nickel se comporte comme le chlorure de zinc vis-à-vis de la phénylhydrazine. L'addition d'une solution alcoolique de phénylhydrazine (2,5 mol.) à une solution de chlorure de nickel (1 mol. environ), dans de l'alcool, donne un précipité vert pâle formé par des granulations cristallines. En opérant en liqueur aqueuse, étendue et bouillante (4^{gr} de phénylhydrazine pour 6^{gr} de sel de nickel dissous dans 500^{gr} d'eau), on obtient, par concentration de la liqueur et refroidissement, un produit nettement cristallisé en faisceaux de fines aiguilles. Le corps ainsi obtenu est anhydre; il répond à la formule $NiCl^2(C^6H^5.AzH.AzH^2)^2$, comme l'indiquent les nombres suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Ni	17,20	17,05
Cl	20,28	20,52
Az	16,41	16,18
C	41,80	41,62
H	4,92	4,63

» Ce corps, peu soluble dans l'eau et l'alcool à froid, se dissout plus facilement en liqueur bouillante et dans l'eau acidulée. Il commence à se décomposer vers 200° sans fondre et sans devenir pâteux; incinéré sur une lame de platine, il laisse un résidu d'oxyde de nickel. Ce sel donne les réactions de la phénylhydrazine et du chlorure de nickel.

» *c.* Les chlorures de cobalt, de cadmium et de magnésium donnent avec la phénylhydrazine des combinaisons analogues.

» Le *chlorure de cobalt phénylhydrazinique* $CoCl^2(C^6H^5.AzH.AzH^2)^2$, obtenu en liqueur alcoolique, se présente sous la forme d'un magma volumineux de couleur rosée. En liqueur aqueuse, on l'obtient nettement cristallisé en groupes de fines aiguilles colorées en rose pâle.

» Le *chlorure de cadmium phénylhydrazinique* $CdCl^2(C^6H^5.AzH.AzH^2)^2$ cristallise en lamelles prismatiques mieux formées en liqueur aqueuse qu'en liqueur alcoolique.

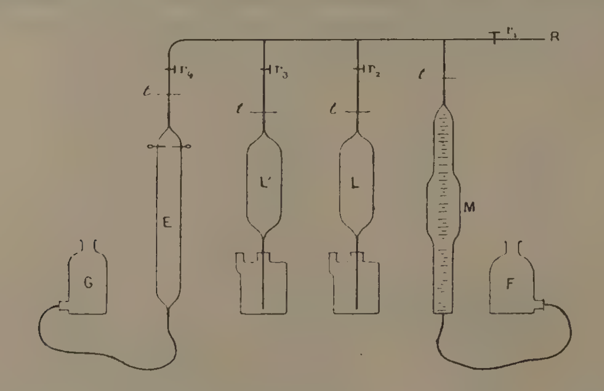
» Le *chlorure de magnésium phénylhydrazinique* $MgCl^2(C^6H^5.AzH.AzH^2)^2$, obtenu en liqueur aqueuse, cristallise, par concentration et refroidissement, sous la forme de lamelles prismatiques.

» En résumé, la phénylhydrazine se combine à ces différents chlorures métalliques et donne des composés formés par la combinaison d'une molécule de chlorure avec deux molécules de phénylhydrazine.

» L'un de nous se propose de poursuivre cette étude, en l'étendant aux autres sels métalliques, et de rechercher en même temps si l'hydrazine donne avec ces sels des combinaisons du même genre. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Appareil pour l'analyse industrielle des gaz.* Note de M. **Léo Vignon**.

« L'appareil que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie comprend essentiellement, suivant le croquis ci-joint, un mesureur, des laboratoires d'absorption et un eudiomètre à mercure. Ces différents organes communiquent avec un tube de distribution débouchant dans l'atmosphère.



» R est une rampe en verre munie d'un robinet à trois voies r_1, pourvue de tubulures latérales aboutissant à un mesureur M gradué en divisions d'égale capacité, à des laboratoires d'absorption L, L' contenant des réactifs convenables, et à un eudiomètre à mercure E.

» M, entouré d'un manchon rempli d'eau, est en communication par un tube de caoutchouc avec un flacon de pression F rempli d'eau acidulée. E communique par un tube de caoutchouc avec un flacon de pression G rempli de mercure.

» Les laboratoires d'absorption peuvent être au nombre de deux, trois ou quatre (pour les cas usuels, deux suffisent), chacun d'eux permettant d'absorber, suivant le réactif qu'il contient, un ou plusieurs gaz déterminés.

» L'adjonction de l'appareil eudiométrique relié au système des laboratoires et du mesureur permet de doser dans un mélange les quatre gaz Az, CO, H, CH^4, le premier restant comme résidu : CO, H, CH^4 se déduisant des trois équations que donnent le volume du mélange, résidu déduit, la contraction après détonation, et l'acide carbonique formé.

» Un appareil à deux laboratoires, par exemple, permet de doser, dans un mélange gazeux, l'acide carbonique, l'oxygène, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, les carbures d'hydrogène (comptés en méthane) et l'azote, à la condition que ces gaz existent seuls dans le mélange.

» Prenons le cas de cet appareil renfermant en L une solution de soude caustique ($d = 1,30$), en L′ une solution de 18^{gr} d'acide pyrogallique dans 100^{cc} de potasse caustique ($d = 1,25$).

» Les opérations à effectuer pour l'analyse comprennent : 1° mise en état; 2° détermination des espaces nuisibles; 3° introduction du gaz dans l'appareil; 4° absorption de l'acide carbonique; 5° absorption de l'oxygène; 6° introduction de l'oxygène pour la détonation; 7° détonation dans l'eudiomètre; 8° mesure de la contraction; 9° absorption de l'acide carbonique et de l'oxygène; 10° calculs.

» 1. Pour la mise en état, les niveaux des liquides sont amenés aux traits t par le jeu des flacons de pression et des robinets. Les robinets étant fermés, les liquides en t, la rampe et ses tubulures jusqu'aux traits t sont remplies d'air. Cet air occupe *l'espace nuisible*.

» 2. Par une analyse préalable de l'air atmosphérique, on trouvera par absorption en L′ une certaine proportion d'oxygène qui correspondra à l'air du mesureur et à celui de l'espace nuisible. En comparant cette proportion d'oxygène à la proportion normale, on trouvera l'espace nuisible ε exprimé en divisions du mesureur; posons

$$\varepsilon = \alpha\,(\text{oxygène}) + \beta\,(\text{azote}).$$

» Le gaz à analyser sera ensuite introduit dans l'appareil (3), on mesurera l'acide carbonique (4) et l'oxygène absorbés (5) en L et L′.

» Puis on expulsera du mesureur un certain volume de gaz, et l'on y introduira une quantité d'oxygène (6) et, au besoin, de gaz tonnant ($H^2 + O$), préalablement analysé, et une quantité suffisante pour la détonation. On fera détoner ensuite (7) par fractions successives et détendues, au moyen de l'étincelle d'induction. On mesurera la contraction de

volume (8), l'acide carbonique formé (par absorption en L) et l'oxygène restant (par absorption en L') (9). On procédera ensuite aux calculs (10).

» L'espace nuisible étant plein d'air, $\varepsilon = \alpha$ (oxygène) $+ \beta$ (azote), soit A le volume du gaz à analyser dans le mesureur, nous aurons au total dans l'appareil

$$A + \varepsilon = A + \alpha + \beta;$$

l'action de la soude et du pyrogallate produisent des diminutions de volume v_1, v_2; l'espace nuisible contenant α d'oxygène, le gaz analysé en renfermait $v_2 - \alpha$.

» Le volume restant après ces absorptions est

$$A + \varepsilon - v_1 - v_2 \quad \text{ou} \quad A - (v_1 + v_2 - \alpha) + \beta.$$

» Avant de faire détoner, on ramène par expulsion ce volume à B sur le mesureur. A ce moment, le gaz occupe $B + \varepsilon$; il y a dans ce volume une certaine proportion d'azote des espaces nuisibles qui sera

$$\beta \frac{B + \varepsilon}{A - (v_1 + v_2 - \alpha) + \beta} = \gamma.$$

» Le volume du gaz soumis à la détonation est $V = B + \varepsilon - \gamma$; on l'additionne d'un volume convenable d'oxygène dosé. Si cet oxygène a laissé un résidu N sur le mesureur, l'azote qu'il contient est $N + \alpha$, l'oxygène de l'espace nuisible étant remplacé par de l'azote. Dans le mélange $B + \varepsilon + O$ (oxygène), il y aura donc un résidu d'azote étranger au gaz qui sera $N + \alpha + \gamma$.

» Après détonation, appelons k la contraction, n l'acide carbonique formé, R le résidu d'azote lu au mesureur. Si l'on a $R + \varepsilon = N + \alpha + \gamma$, le gaz ne contient pas d'azote. Si $R + \varepsilon$ est $> N + \alpha + \gamma$, la différence représente l'azote qu'il faudra, pour les calculs, retrancher du volume V.

» D'autre part, dans un mélange d'hydrogène (h) de méthane (m), d'oxyde de carbone (c), la contraction étant k, l'acide carbonique formé n, on tire des équations volumétriques de combustion de ces gaz :

$$V = c + m + h, \qquad \text{d'où} \qquad h = V - n,$$

$$n = c + m, \qquad c = \frac{n}{3} - V - \frac{2k}{3},$$

$$k = \frac{c}{2} + 2m + \frac{3h}{2}, \qquad m = \frac{2n}{3} - V + \frac{2k}{3}.$$

Du volume V on passe à B, puis au volume initial A. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les produits de décomposition du carbure de calcium et sur l'emploi de celui-ci comme phylloxéricide.* Note de M. E. **Chuard.** (Extrait.)

« En mai 1896, dans une Note publiée par la *Chronique agricole* (organe de l'Institut agricole de Lausanne), j'attirais l'attention sur les faits suivants :

» 1. L'acétylène brut, dégagé par l'action de l'eau sur le carbure de calcium, renferme constamment, entre autres impuretés, une faible proportion d'ammoniaque.

» 2. Le dégagement d'ammoniaque continue après le départ complet de l'acétylène, pourvu que la masse résiduelle soit maintenue dans un état d'humidité convenable. La proportion d'ammoniaque fournie ainsi par les résidus est très supérieure à celle dégagée en même temps que l'acétylène. Pour 100 parties de carbure, on trouve, dans l'acétylène 0,039 et 0,061, et dans les résidus 0,210 à 0,348 d'ammoniaque.

» 3. Les résidus de la fabrication de l'acétylène par le carbure de calcium sont, par conséquent, d'un emploi efficace comme engrais et amendement. Des expériences directes ont montré qu'ils ont également une action insecticide.

» Il était intéressant de pratiquer des essais de traitement contre le Phylloxera au moyen du carbure de calcium, sinon le traitement d'extinction, pour lequel le sulfure de carbone présente une absolue sécurité, du moins le traitement cultural, dans lequel on se propose de fortifier la plante pour assurer sa résistance au terrible parasite.

» Des essais dans cette direction ont été faits, paraît-il, en Espagne, avec succès au cours de l'année dernière. J'ai pu les entreprendre, quoique tardivement, à Veyrier (Haute-Savoie), où la station viticole de Lausanne dispose d'une vigne d'essais. Sans être encore positifs, leurs résultats sont néanmoins encourageants; la vigne traitée a montré plus de vigueur que le témoin non traité et le Phylloxera n'a pas été retrouvé sur 34 ceps pour 102 traités.

» En étudiant avec plus de détail la nature des produits de décomposition du carbure de calcium industriel sous l'action de l'eau, j'ai observé la présence, dans l'acétylène brut, de l'hydrogène phosphoré signalé par C. Willgerodt, et provenant d'une faible proportion de phosphure de calcium. L'hydrogène sulfuré accompagne aussi l'acétylène brut : ce qui, avec l'ammoniaque, constitue trois impuretés principales.

» L'hydrogène phosphoré gazeux est un toxique très actif. C'est aussi

un insecticide puissant. On est donc fondé à attribuer à la présence de ce gaz les propriétés insecticides du carbure, pour une part importante tout au moins. C'est pourquoi j'ai fait préparer, à l'usine de Vernayaz (Valais), un produit spécial, riche en phosphure de chaux, en incorporant aux matières premières usuelles du phosphate de chaux en diverses proportions. On obtient ainsi un *phosphocarbure* doué effectivement de propriétés insecticides puissantes. Le gaz qu'il dégage, au contact de l'eau, n'est pas assez riche en hydrogène phosphoré, pour être spontanément inflammable, si l'on a soin de limiter la proportion de phosphate. Le produit demeure donc aisément maniable et sans danger. Des essais de traitement contre le Phylloxera se font actuellement, en plusieurs points, avec ce nouveau produit; on peut espérer qu'ils ne seront pas négatifs, étant donné les résultats des premiers essais, au laboratoire. »

PALÉONTOLOGIE. — *Nouveau genre d'Insectivores du Miocène moyen de la Grive-Saint-Alban (Isère).* Note de M. **Claude Gaillard**, présentée par M. Albert Gaudry.

« Sous le nom de *Dimylidés*, M. Schlosser [1] a réuni deux genres de petits Insectivores éteints, les genres *Dimylus* [2] et *Cordylodon* [3] du Miocène inférieur de Weissenau, près Mayence, se distinguant des autres Insectivores par la présence, aux mâchoires supérieure et inférieure, de deux arrière-molaires seulement.

» En 1892, M. Depéret signalait [4], dans les *Archives du Muséum de Lyon,* d'après quelques fragments de mandibule appartenant à la collection Faculté des Sciences de Lyon, le *Dimylus paradoxus* parmi la faune de la de la Grive-Saint-Alban.

» Le Muséum de Lyon, qui ne possédait alors aucun reste de ces Insectivores, a eu la bonne fortune de récolter depuis plusieurs mâchoires et fragments de mâchoires supérieures et inférieures très bien conservés d'un nouveau genre de cette curieuse famille.

---

(1) Schlosser, *Die Affen, Lemuren, Chiropteren des europäischen Tertiärs,* Ire Partie, p. 103.

(2) H. v. Meyer, *Neues Jahrbuch für Mineralogie,* 1846, p. 473; 1865, p. 217.

(3) *Ibid.*, 1859, p. 174.

(4) Depéret, *Mammifères miocènes de la Grive-Saint-Alban (Isère) (Arch. du Muséum de Lyon,* vol. V, p. 47).

» Ces fossiles présentent, en effet, très nettement, les caractères distinctifs des Dimylidés et se rapprochent, par la grande arrière-molaire supérieure, du genre *Dimylus;* mais ils ne peuvent être rapportés ni à ce dernier genre, ni au genre *Cordylodon*.

» PLESIODIMYLUS, *nov. gen.* — Ce genre est caractérisé, à la mâchoire supérieure, par la présence d'une canine et de quatre prémolaires. La dernière prémolaire a deux denticules; la première arrière-molaire est très grande, en forme de quadrilatère irrégulier; la deuxième arrière-molaire est triangulaire et a trois tubercules.

» La série dentaire de la mâchoire inférieure n'est pas complètement connue; elle se différencie de celle des deux autres genres de Dimylidés par ses arrière-molaires étroites, allongées, toutes deux de même longueur.

» Dans le genre *Plesiodimylus*, la dentition présente un état de différenciation beaucoup plus avancé que dans les genres *Cordylodon* et *Dimylus*. La seconde arrière-molaire, qui est quadrangulaire chez le *Dimylus paradoxus*, n'est plus que triangulaire dans le genre *Plesiodimylus;* de plus, la première molaire atteint chez celui-ci, par rapport aux autres dents, un développement bien plus considérable que dans les deux genres déjà connus. La grande arrière-molaire du genre *Cordylodon* ne ressemble en rien, avec son principal denticule conique et massif, à celle du *Plesiodimylus*. La quatrième prémolaire n'est plus à une seule pointe, comme chez le *Dimylus paradoxus* ou le *Cordylodon Haslachensis;* elle est triangulaire et à double denticule et très voisine, par sa forme, de la prémolaire correspondante trituberculée des Hérissons.

» La dentition du *Plesiodimylus* offre plusieurs autres rapports de forme avec la dentition des Hérissons. Les deux arrière-molaires supérieures, entre autres, ressemblent beaucoup aux première et seconde molaires de l'*Erinaceus europæus*.

» En résumé, la série des prémolaires supérieures est plus spécialisée et réduite chez le Hérisson que chez le *Plesiodimylus;* au contraire, la série des arrière-molaires supérieures de ce dernier genre occupe, par la très grande surface de la première molaire, par la réduction avancée de la seconde et la disparition de la troisième, le degré de spécialisation le plus élevé de tous les Insectivores.

» Par suite de la rareté et de la conservation défectueuse des restes de ces petits Insectivores, la formule dentaire des genres *Dimylus* et *Cordylodon* est très imparfaitement connue. D'après M. Schlosser (*loc. cit.*, Ire Partie, p. 105), la formule dentaire probable du genre *Dimylus* serait la suivante : $\frac{3}{2}i.\frac{0}{1}c.\frac{3}{3}pm.\frac{2}{2}m.$ La formule dentaire du genre *Cordylodon* est, d'après le même auteur (*loc. cit.*, p. 106), $\frac{3}{3}i?\frac{0}{0}c.\frac{4}{3}pm.\frac{2}{2}m.$ ou $\frac{3}{2}i.\frac{0}{1}c.\frac{4}{3}pm.\frac{2}{2}m.$

» Les fossiles nombreux et en bon état, récoltés ces dernières années par le Muséum de Lyon, viennent heureusement combler cette lacune en faisant connaître d'une façon précise et sûre la formule dentaire du troisième genre de cette famille.

» Formule dentaire du genre *Plesiodimylus :* $\frac{3}{2}i.\frac{1}{1}c.\frac{4}{3}pm.\frac{2}{2}m.$

» PLESIODIMYLUS CHANTREI, *n. sp.* — Cette espèce est représentée, dans les collections du Muséum de Lyon, par de nombreuses dents isolées, plusieurs fragments de mâchoires supérieures et inférieures, puis surtout par la partie antérieure de trois crânes brisés en arrière de la rangée dentaire et montrant les os de la face complètement soudés, ainsi que la voûte palatine. Ces trois crânes ont en place la double rangée dentaire, moins les incisives, dont on ne voit plus que les alvéoles.

» Les mandibules ne portent, le plus souvent, que les deux arrière-molaires; quelques-unes ont encore en place la dernière prémolaire et la canine.

» *Mâchoire supérieure.* — Les trois incisives ne sont connues que par les alvéoles. L'incisive interne était grande, son alvéole est aussi grand que les alvéoles réunis des deux autres incisives.

» La canine est haute, aiguë et biradiculée. Les trois premières prémolaires ont à peu près le même volume et la même forme ; elles sont petites, coniques, à une seule pointe et deux racines.

» La quatrième prémolaire est grande, triangulaire, à deux denticules inégaux, le grand du côté externe ; elle est triradiculée.

» La première arrière-molaire est très grande, de forme quadrangulaire, à quatre côtés inégaux, la muraille externe formant le plus grand côté.

» La deuxième molaire est de forme triangulaire, elle est triradiculée.

» *Mâchoire inférieure.* — Les deux incisives inférieures étaient fortes. Les alvéoles sont grands ; celui de l'incisive externe est un peu plus grand que l'alvéole de l'incisive interne.

» La canine inférieure est biradiculée, elle est courte, épaisse dans le sens transversal et de même longueur que la canine supérieure.

» Les deux premières prémolaires, très petites, ont une seule racine.

» La dernière prémolaire est biradiculée, grande, de forme triangulaire, à une seule pointe, avec un talon en arrière et en dedans.

» Les deux arrière-molaires sont allongées d'avant en arrière. La couronne se compose de cinq tubercules, dont quatre sont réunis deux à deux par des crêtes tranchantes, transversales et parallèles. Le cinquième tubercule est situé en avant sur la face interne ; il est bas et réuni à la crête transversale antérieure par une crête recourbée allant de l'angle antéro-interne à la face externe de la dent.

» Longueur de la rangée dentaire supérieure (C à M^2) $= 8^{mm},5$.

» Longueur de la rangée dentaire inférieure (C à M^2) $= 7^{mm}$. »

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Balance enregistrante.* Note de M. G. WEISS, présentée par M. Marey.

« Le problème que j'ai cherché à résoudre était de construire un appareil permettant de tracer la courbe de variation de poids d'un corps à l'aide d'une balance quelconque. En général, les balances enregistrantes ont leur système inscripteur solidaire de la balance même, leur usage est par

suite très limité; car, ou bien elles ne peuvent supporter de corps lourd, ou bien elles manquent de sensibilité pour les variations faibles. D'ailleurs, il y a presque toujours des résistances passives du fait du mécanisme d'inscription. Le dispositif auquel je me suis arrêté est absolument indépendant de l'instrument de pesée, il lui est relié électriquement et se prête à tout poids et à toute sensibilité. Pour réaliser ce but j'ai utilisé le principe d'Archimède déjà employé par Rédier. La balance de Rédier offrait les inconvénients signalés plus haut, elle ne pouvait guère servir que pour l'homme; de plus, les transmissions mécaniques se faisant par des intermédiaires très délicats, il y a de fréquents arrêts dans le fonctionnement de l'enregistreur.

» Pour tracer la courbe des variations de poids d'un corps, je place ce corps dans le plateau d'une balance de sensibilité appropriée et je fais la tare approximative à l'aide de grenaille de plomb et d'un vase contenant de l'eau. Un plongeur cylindrique partiellement immergé dans l'eau du vase achève d'établir l'équilibre. Si, par suite des variations du poids du corps, cet équilibre est rompu, le fléau s'incline légèrement, établit un contact et un moteur électrique immerge ou soulève le plongeur jusqu'à ramener un nouvel équilibre. Il suffit d'inscrire les déplacements du plongeur pour avoir la courbe des variations de poids du corps. Dans chaque cas, il faudra choisir convenablement le diamètre du plongeur et établir l'échelle des ordonnées à l'aide d'une expérience préalable. Afin d'éviter les grandes oscillations du fléau, on le cale de façon à ne lui laisser qn'un déplacement à peine perceptible.

» On voit qu'à l'aide des appareils courants de laboratoire on peut réaliser cet enregistrement. J'ai de plus fait construire, par M. Richard, un modèle très soigné où tout le système enregistreur est disposé sur un plateau de dimensions assez restreintes et qui peut par suite s'adapter rapidement à une balance quelconque.

» L'application la plus intéressante que j'aie faite de cet appareil est l'enregistrement des gaz de la respiration, phénomène dont je me suis beaucoup préoccupé depuis un an.

» Ce n'est que par la pesée que l'on peut arriver à une certaine précision dans ces dosages, mais généralement on n'a, de cette façon, que l'acide carbonique ou la vapeur d'eau totale pendant un laps de temps déterminé.

» Si, au contraire, on place les appareils d'absorption sur une balance munie de mon enregistreur, on a la courbe continue du phénomène pendant toute la durée d'une expérience.

» Suivant que les tubes d'absorption contiendront de la potasse ou de la ponce sulfurique, on aura l'acide carbonique ou la vapeur d'eau.

» Pour faire arriver le gaz aux tubes d'absorption sans exercer de frotte-

ment sur les plateaux de la balance, on peut se servir d'un joint hydraulique. Un autre dispositif m'a paru plus simple. Il suffit de réunir les tubes à absorption placés sur la balance aux appareils fixes par des tubes en caoutchouc très longs et très flexibles. Par suite de l'extrême petitesse des déplacements du fléau, il ne s'introduit aucune erreur du fait de ces tubes. Les courbes obtenues ainsi montrent quelle est l'extrême sensibilité de ce procédé; de plus, on a l'avantage considérable de pouvoir suivre la marche du phénomène pendant toute la durée de l'expérience. »

Observations de M. **Bouchard** *à propos de la présentation faite par M.* Marey.

« Si j'en juge par l'exposé verbal que vient de faire M. Marey, l'appareil de M. Weiss serait la bascule enregistrante de Rédier où les mouvements d'horlogerie seraient remplacés par des appareils électriques. J'utilise depuis six mois à l'étude des changements du poids de l'homme cette bascule enregistrante à équilibre constant et ai imaginé un dispositif qui la rend apte à l'étude des phénomènes physiologiques de la respiration chez l'homme, notamment à l'élimination de l'eau par la peau et par les poumons, à l'élimination de l'acide carbonique, à la consommation de l'oxygène, aux changements du poids du corps pendant la période correspondante. Cet appareil peut également renseigner sur la proportion qui appartient à la combustion et à la déshydratation dans le poids de l'eau éliminée. Il peut être également utilisé pour chercher ce qui, dans la masse de l'acide carbonique éliminé, doit être attribué au dédoublement ou à l'oxydation. »

EMBRYOLOGIE. — *Sur la vésicule ombilicale du Murin.* Note de M. **Mathias Duval**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« La vésicule ombilicale des Chéiroptères, et particulièrement du Murin, présente, dans sa morphologie et dans son histologie, quelques particularités qui ont donné lieu à des interprétations erronées. En suivant stades par stades, sans lacunes, le développement de l'embryon et de ses annexes, il nous a été facile, chez le Murin, de rétablir la véritable signification des faits.

» D'abord, au point de vue morphologique, ce développement est

remarquable par la formation tardive de l'allantoïde d'une part et, d'autre part, la grande étendue de l'aire vasculaire de la vésicule ombilicale, laquelle est, pendant un certain temps, le seul organe vasculaire parmi les annexes, et se trouve, précisément par sa partie vascularisée, immédiatement sous-jacente au placenta (ectoplacenta) en voie de formation. En présence des aspects qui en résultent, Ercolani, en 1880 (¹), avait été amené à conclure que le placenta est d'abord vascularisé par la vésicule ombilicale, et que plus tard seulement, « le *vrai placenta* est vascularisé » par les vaisseaux allantoïdiens et succède au placenta, pour ainsi dire » provisoire, recevant les vaisseaux de la vésicule ombilicale ». Carl Vogt, en 1881 (²), était allé plus loin : « La vésicule ombilicale, dit-il, joue un » rôle très considérable chez toutes les chauves-souris insectivores, ... » Les vaisseaux sont portés vers le placenta par la vessie ombilicale et en » aucune façon par l'allantoïde. » Puis, après avoir indiqué la formation de la vésicule allantoïdienne, cet auteur ajoute : « Elle s'atrophie très vite » et il n'en reste plus qu'un recessus en communication avec l'intestin, » tandis que la vésicule proprement dite disparaît complètement. L'allantoïde ne prend donc aucune part, ni directe ni indirecte, à la formation » du placenta, qui est dû uniquement à la combinaison des vaisseaux » omphalo-mésentériques de l'embryon et de ceux de la muqueuse de » l'utérus. »

» Des dispositions si paradoxales pour des Mammifères aussi élevés que les Chéiroptères, l'existence d'un placenta ombilical et non allantoïdien, méritaient des recherches attentives de contrôle. Cette étude m'a été facile au cours de mes recherches sur l'embryologie des Chéiroptères, car je suis parvenu à obtenir tous les stades du développement, sans aucune lacune. J'ai vu alors que la vésicule ombilicale, par son aire vasculaire très étendue et très riche en vaisseaux, double pendant longtemps la face inférieure ou intérieure de l'ectoplacenta ; mais elle en est toujours séparée par la fente cœlomique, par la cavité étroite et linéaire (sur les coupes) du cœlome externe ou interannexiel. Jamais les capillaires de la vésicule ombilicale ne pénètrent dans le placenta, ni dans aucune formation choriale, pas plus que normalement, chez un sujet adulte, les capillaires de l'intestin ne pénètrent dans la paroi abdominale, quelque intimes que soient les rap-

---

(¹) B. Ercolani, *Nuove ricerche sulla placenta*, p. 813. Bologne, 1880.

(²) Carl Vogt, *Recherches sur l'embryogénie des Chéiroptères* (*Associat. pour l'avanc. des Sciences*, Congrès d'Alger, p. 699; 1881).

ports d'accolement entre cet intestin et cette paroi. Plus tard, l'allantoïde apparaît, se développe rapidement dans ce cœlome externe qu'elle envahit, s'interpose entre la vésicule ombilicale et les formations choriales, adhère à ces dernières, c'est-à-dire à l'ectoplacenta, et vascularise celui-ci.

» En même temps, la vésicule ombilicale se rétracte et se réduit à un sac irrégulièrement plissé, libre dans la large cavité du cœlome externe. C'est alors qu'elle présente des détails histologiques qui ont paru problématiques aux quelques embryologistes qui les ont constatés, à leur état achevé, sans pouvoir suivre leur développement successif. L'épithélium de sa surface externe, épithélium primitivement plat, du type endothélial (feuillet interne de la séreuse du cœlome), forme de longues villosités et ses cellules s'allongent, devenant cylindriques, quatre à cinq fois plus hautes que larges. A. Robin a signalé ces dernières dispositions observées par lui à la fin de la gestation [1]. Après avoir décrit l'endothélium du cœlome externe, il ajoute : « Je n'ai pu, malgré des essais répétés de nitra-
» tation, en déceler l'existence à la surface de la vésicule ombilicale. Peut-
» être, s'est-il transformé pour constituer l'épithélium externe à grandes
» cellules prismatiques de cette membrane. Je ne puis cependant donner
» cette opinion, fondée sur des observations négatives, que comme une
» hypothèse et je désire qu'un plus habile que moi vérifie l'exactitude de
» mes observations. »

» Point n'est besoin d'une habileté particulière, mais seulement du soin de réunir d'abondants matériaux d'étude, de manière à avoir sous les yeux tous les stades d'une évolution et transformation cellulaire; alors les faits parlent d'eux-mêmes, sans qu'il y ait lieu à faire d'hypothèse pour combler une lacune d'observation. C'est la méthode laborieuse, mais sûre que je me suis efforcé d'employer dans toutes mes recherches d'embryologie. Ici, elle m'a montré toutes les phases de transformation de l'endothélium d'une séreuse en un épithélium cylindrique semblable à celui d'une muqueuse; c'est un nouveau fait qui vient confirmer ceux déjà connus, pour montrer que la morphologie des épithéliums est indépendante de leur origine blastodermique, et que, par exemple, les épithéliums mésodermiques peuvent affecter le type cylindrique aussi bien que ceux qui dérivent de l'ectoderme ou de l'endoderme. »

---

(1) H.-A. Robin, *Recherches anatomiques sur les Mammifères de l'ordre des Chéiroptères*, p. 172. Paris, 1881.

MÉDECINE. — *Sur la statistique médicale du corps d'occupation de la Cochinchine.* Note de M. Bonnafy, présentée par M. Lannelongue.

« Conformément à la loi du 22 janvier 1852, et à ce qui se fait à la Guerre, la Marine publiera, à partir de cette année, la statistique médicale de ses forces militaires (flotte et troupes).

» En attendant, je signale à l'Académie une Étude qui vient de paraître dans les *Archives de Médecine navale* et qui nous donne la statistique du corps d'occupation d'une de nos colonies les plus importantes : la *Cochinchine*.

» Ce travail embrasse une période de vingt-huit années, de 1861 à 1888.

» La mortalité, qui était de 115 pour 1000 au début, en 1861, l'année par excellence de l'action militaire, a régulièrement baissé jusqu'à descendre à 16,9 pour 1000 comme moyenne des dix dernières années.

» Si on la compare, pendant cette même période de dix années, à celle des corps d'occupation d'autres puissances stationnées dans des pays intertropicaux, c'est-à-dire l'Inde anglaise et les Indes orientales néerlandaises, nous avons, comme mortalité comparée, le Tableau suivant :

Cochinchine	16,9	pour 1000
Inde anglaise	16,2	»
Indes orientales néerlandaises	30,3	»

» Notre mortalité, bien inférieure à la mortalité des Hollandais, est légèrement plus élevée que celle des Anglais. Mais il est juste de tenir compte des considérations topographiques suivantes :

» La Cochinchine est un pays absolument plat tandis que, dans l'Inde, les Anglais possèdent et utilisent des altitudes précieuses pour l'établissement de stationnements et de sanatoriums.

» Quant à la morbidité comparée pour cette même période, les résultats sont particulièrement à notre avantage; nous avons, en effet, comme Tableau :

Cochinchine	907	pour 1000
Inde anglaise	1521	»
Indes orientales néerlandaises	2606	»

» De son travail l'auteur tire deux conclusions : d'abord, l'âge minimum

auquel le soldat peut servir utilement aux colonies serait vingt-deux ans.

» Il est à remarquer que c'est précisément la limite fixée pour les soldats anglais servant dans l'Inde.

» En second lieu, l'auteur estime qu'il serait bon de promulguer dans les colonies, et spécialement dans l'Indo-Chine dont le corps d'occupation est actuellement de 20000 hommes, la loi du 7 juillet 1877 sur l'hospitalisation des militaires dans les établissements civils, loi par laquelle les soldats sont placés dans des salles spéciales, dites *salles* militaires, et traités par leurs médecins militaires, ordinairement les médecins régimentaires de la garnison.

» Si l'on tient compte des bons résultats qu'a produits cette loi dans la métropole et du fait que, par un décret de mai 1896, elle a été promulguée en Algérie, on peut se demander, en effet, pourquoi on n'en ferait pas profiter les troupes de la marine stationnées aux colonies. »

MÉDECINE. — *Sur des cas d'érythème radiographique des mains.* Note de MM. **Paul Richer** et **Albert Londe**, présentée par M. d'Arsonval.

« Nous désignons, sous ce nom, une affection cutanée spéciale, produite sous l'action longtemps prolongée des rayons X, et qu'il nous a été donné d'observer récemment chez deux sujets.

» Dans les deux cas, la peau de la face dorsale des mains n'a subi l'altération spéciale que nous signalons ici qu'à la suite d'une exposition prolongée aux rayons X, exposition durant plusieurs heures par jour et se répétant pendant plusieurs mois consécutifs. Il faut ajouter que les rayons employés étaient toujours d'une grande intensité. Ces circonstances vraiment exceptionnelles ne se sont rencontrées que parce qu'il s'agit de deux électriciens de profession qui, dès le début de la découverte de Röntgen, se sont livrés avec ardeur à l'étude des nouveaux rayons.

» C'est peu à peu que ces Messieurs ont vu la peau de leurs mains subir une altération qui, en deux ou trois mois, a atteint le degré de développement que nous observons aujourd'hui, et qui les obligent à interrompre leurs travaux ou, tout au moins, à prendre des précautions spéciales.

» L'affection siège exclusivement aux mains, parce que les mains, servant, par leur interposition, à comparer les divers degrés de fluorescence des écrans, ont surtout été exposées à l'action des rayons X.

» Cette affection cutanée présente les caractères suivants :

» La peau est lisse, luisante, rouge, violacée, offrant un peu la coloration des engelures.

» La surface en est durcie, comme parcheminée. La peau paraît un peu épaissie et se laisse plus difficilement déplacer sur les parties profondes.

» Les plis, rides et sillons sont très accentués; et le fond des plis, d'aspect blanchâtre s'ulcère quelquefois. Il se produit alors quelque chose d'analogue aux crevasses survenant sous l'influence du froid.

» L'épiderme s'écaille et s'enlève par places. La face palmaire, chez l'un de nos sujets, présente le même aspect de sécheresse, de dureté et de plis blanchâtres.

» Les poils de la face dorsale de la main et des doigts ont complètement disparu, et leur place est marquée d'un point noir correspondant au bulbe pileux. Sur un de nos sujets, l'annulaire muni d'une grosse bague en or a conservé à ce niveau, à l'endroit circulaire recouvert par le bijou, l'aspect normal de la peau. A la face dorsale existe encore une petite touffe de poils, les seuls qui persistent sur toute la main.

» Les ongles n'ont pas subi une altération moins profonde. Ils sont aplatis, amincis, friables, striés comme plissés longitudinalement et douloureux à la pression. On est en droit de se demander si, comme les poils, ils ne finiraient pas à la longue par disparaître.

» Les mouvements des doigts et de la main, dans leur ensemble, sont gênés par la raideur de la peau. On observe un léger degré de tremblement. La force musculaire n'a pas paru diminuée et il n'y a pas d'émaciation.

» Il n'existe pas de douleurs, à proprement parler, mais une sensation de gêne et, par instants, à l'extrémité des doigts, une sensation de serrement analogue à celle produite par des gants trop étroits.

» En même temps, le sens du toucher est légèrement obscurci. Par contre, chez l'un de nos sujets, le plus gravement atteint, il se serait développé une sensibilité spéciale. Il prétend, en effet, qu'il peut reconnaître la présence et l'intensité des rayons X à une sensation de chaleur spéciale sur sa main, sensation qu'il dit ne pas confondre avec les picotements des effluves électriques.

» La marche lentement mais nettement progressive de l'affection nous a conduits à donner à nos deux sujets le conseil d'interrompre, tout au moins momentanément, leurs travaux dans la crainte que ce qui n'est maintenant qu'une gêne et une incommodité ne devienne, en s'aggravant, une affection sérieuse, d'une guérison difficile et peut-être incertaine. »

MM. Luys et David adressent une Note « Sur l'application de la Photographie à l'enregistrement des effluves qui se dégagent des êtres vivants à l'état normal et pathologique ».

M. E.-M. **Pozzi** adresse une Note « Sur les aurores boréales ».

M. G. **Perry** adresse une Note relative à une équation générale des fluides.

M. **Marécaux** adresse la description d'un procédé pour la destruction des criquets.

La séance est levée à 4 heures et demie. M. B.

ERRATA.

(Séance du 24 mai 1897.)

Note de M. *H. Faye*, Nouvelle étude sur les tempêtes et les trombes ou tornados :

Page 1134, ligne 9, *au lieu de* Mme Mark Harrigton, *lisez* Mme Mark Harrington.